



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Digitální učební materiál

Číslo projektu	CZ.1.07/1.5.00/34.0802
Název projektu	Zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
Číslo a název šablony klíčové aktivity	III/2 – Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
Příjemce podpory	Gymnázium, Jevíčko, A. K. Vitáka 452

Název DUMu	Číselné obory Q a R
Název dokumentu	VY_32_INOVACE_13_01
Pořadí DUMu v sadě	1
Vedoucí skupiny/sady	Helena Huřová
Datum vytvoření	15. 1. 2013
Jméno autora	Helena Huřová
e-mailový kontakt na autora	huřova@gymjev.cz
Ročník studia	1.
Předmět nebo tematická oblast	Matematika
Výstižný popis způsobu využití materiálu ve výuce	Materiál je určen pro studenty k opakování a procvičení výpočtů s racionálními a reálnými čísly. Inovace: gradující obtížnost příkladů, využití ICT.

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky.



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

ČÍSELNÉ OBORY Q a R

Základní pojmy:

Racionální čísla

zápisy racionálního čísla (zlomek v základním tvaru, desetinné číslo s ukončeným rozvojem, číslo s nekonečným periodickým desetinným rozvojem), aritmetické operace s racionálními čísly, porovnávání racionálních čísel, znázornění racionálního čísla na číselné ose

Reálná čísla

aritmetické operace s reálnými čísly, převrácené číslo, znázornění reálného čísla na číselné ose, intervaly a množinové operace, absolutní hodnota reálného čísla a její geometrický význam, druhá a třetí mocnina a odmocnina a operace s nimi

Přehled vzorců a vztahů:

Operace na množinách Q, R:

$$\begin{aligned}a + b &= b + a \\ a + (b + c) &= (a + b) + c \\ a \cdot (b + c) &= a \cdot b + a \cdot c\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}a \cdot b &= b \cdot a \\ a \cdot (b \cdot c) &= (a \cdot b) \cdot c\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}a + 0 &= 0 + a = a \\ a \cdot 1 &= 1 \cdot a = a \\ a \cdot 0 &= 0 \cdot a = 0\end{aligned}$$

Operace se zlomky:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \leftrightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d \pm b \cdot c}{b \cdot d}$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot c}{b \cdot c} \quad \frac{a}{b} = \frac{a : c}{b : c}$$

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

Absolutní hodnota:

$$\begin{aligned}a \geq 0 &\rightarrow |a| = a \\ a < 0 &\rightarrow |a| = -a\end{aligned}$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Počítání s mocninami:

Pro každé $a, b \in R$ a pro libovolná $r, s \in R$ platí:

$$a^r \cdot a^s = a^{r+s}$$

$$\frac{a^r}{a^s} = a^{r-s}, a \neq 0$$

$$(a^r)^s = a^{rs}$$

$$(ab)^r = a^r \cdot b^r$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}, a \neq 0, n \in Z$$

$$a^0 = 1, a \neq 0$$

Počítání s odmocninami:

Pro každé $a, b \in R_0^+$, $m, n, k \in N$ platí:

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$$

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}, b \neq 0$$

$$(\sqrt[n]{a})^s = \sqrt[n]{a^s}, s \in Z$$

$$(\sqrt[n]{a})^n = \sqrt[n]{a^n} = a$$

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[mn]{a}$$

$$\sqrt[kn]{a^{km}} = \sqrt[n]{a^m}$$

Pro každé $a \in R^+$, $r \in Z, s \in N$ platí: $\sqrt[s]{a^r} = a^{\frac{r}{s}}$

Příklad 1:

Usměrňte zlomek: $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{6}}{2\sqrt{3}-\sqrt{6}}$

Řešení:
$$\frac{\sqrt{3}-\sqrt{6}}{2\sqrt{3}-\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{6}}{2\sqrt{3}-\sqrt{6}} \cdot \frac{2\sqrt{3}+\sqrt{6}}{2\sqrt{3}+\sqrt{6}} = \frac{6+\sqrt{18}-2\sqrt{18}-6}{12-6} = -\frac{\sqrt{18}}{6} = -\frac{3\sqrt{2}}{6} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Příklad 2:

Zjednodušte výraz pomocí částečného odmocňování: $6\sqrt{20} - 11\sqrt{180} + \sqrt{720} + \sqrt{1280}$

Řešení:
$$6\sqrt{20} - 11\sqrt{180} + \sqrt{720} + \sqrt{1280} = 6\sqrt{20} - 11 \cdot 3\sqrt{20} + 6\sqrt{20} + 8\sqrt{20} = -13\sqrt{20} = -13 \cdot 2\sqrt{5} = -26\sqrt{5}$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Příklad 3:

Vypočtete:
$$\frac{\left(10^{\frac{1}{3}} \cdot 8^{-\frac{1}{2}}\right)^{-3}}{\left(5^{\frac{1}{2}} \cdot 4\right)^2} \cdot \frac{\sqrt{2^3 \sqrt{4}}}{\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[4]{4}}$$

Řešení:
$$\begin{aligned} \frac{\left(10^{\frac{1}{3}} \cdot 8^{-\frac{1}{2}}\right)^{-3}}{\left(5^{\frac{1}{2}} \cdot 4\right)^2} \cdot \frac{\sqrt{2^3 \sqrt{4}}}{\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[4]{4}} &= \frac{2^{-1} \cdot 5^{-1} \cdot 2^{\frac{9}{2}}}{5 \cdot 2^4} \cdot \frac{2^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{1}{3}}}{2^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{2}}} = 2^{-1+\frac{9}{2}-4} \cdot 5^{-1-1} = \\ &= 2^{-\frac{1}{2}} \cdot 5^{-2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{25} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{25} = \frac{\sqrt{2}}{50} \end{aligned}$$

Úkoly:

1. Vypočtete a výsledek zapište jako zlomek v základním tvaru:

$$\left[3,25; \left(2\frac{5}{12} - \frac{38}{9}\right)\right] : \left[3,2 - \left(7,5 - 3\frac{1}{3}\right) \cdot \frac{3}{5}\right]$$

2. Upravte číselné výrazy a výsledek zapište jako součin co nejmenšího přirozeného čísla a mocniny deseti:

a) $\frac{7 \cdot 10^{80}}{35}$

b) $\frac{(9 \cdot 10^{80})^2}{54 \cdot 10^{50}}$

3. Vypočtete: a) $\frac{8^2 \cdot 3^4 \cdot 6^3}{18 \cdot 2^5 \cdot 9^2}$ b) $\frac{4^6 \cdot 9^5 + 6^9 \cdot 120}{8^4 \cdot 3^{12} - 6^{11}}$

4. Usměrněte zlomky: a) $\frac{8}{1+\sqrt{5}}$ b) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{\sqrt{6}+\sqrt{3}}$ c) $\frac{1+\sqrt{5}}{\sqrt{6+2\sqrt{5}}}$

5. Zjednodušte: a) $|\sqrt{2}-\sqrt{5}| - |\sqrt{5}-\sqrt{2}|$ b) $\frac{1-\sqrt{3}}{1+|2-\sqrt{3}|+2 \cdot |1-\sqrt{3}|} - \sqrt{3}$

6. Zjednodušte pomocí částečného odmocňování:

a) $3\sqrt{32} - \sqrt{800} + 2\sqrt{200}$

b) $(\sqrt{27} - \sqrt{147} + \sqrt{75} - \sqrt{243})^2$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

7. Vypočtěte a výsledek zapište jako zlomek v základním tvaru:

$$\frac{2\frac{5}{8} - 0,\bar{6} \cdot 2\frac{5}{14}}{(3,08\bar{3} + 4,375) : 19,8}$$

8. Vypočtěte: $\frac{\left(15^{\frac{1}{3}} \cdot 27^{-\frac{1}{2}}\right)^{-3}}{\left(25^{\frac{1}{4}} \cdot 9^{\frac{1}{8}}\right)^{-2}} : \frac{\sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{3 \cdot \sqrt[4]{27}}}$

9. Výnosy z vkladní knížky jsou sníženy o 15% daň. Vklad ve výši 80 000 Kč vynesl za rok čistý úrok 2720 Kč. Jaká byla úroková míra?
10. Akciová společnost prodala letos za první čtvrtletí zboží za 84 milionů korun. Ve srovnání se stejným obdobím minulého roku to bylo o 15% více. Za kolik milionů korun prodala společnost zboží v 1. čtvrtletí minulého roku? Výsledek uveďte v celých milionech.



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

VÝSLEDKY:

1. $-\frac{18}{7}$, 2. a) $2 \cdot 10^{79}$, b) $15 \cdot 10^{29}$, 3. a) 24, b) $\frac{4}{5}$, 4. a) $\sqrt{5} - 2$, b) $3 - 2\sqrt{2}$, c) 1, 5. a) 0, b) -2 ,
6. a) $6\sqrt{8}$, b) 192, 7. $\frac{59}{21}$, 8. $3^{\frac{17}{4}}$, 9. 4%, 10. 73

Zdroje:

Fuchs, E., Kubát, J. a kol.: Standardy a testové úlohy z matematiky pro čtyřletá gymnázia. Praha: Prometheus, 1998. ISBN 80-7196-095-0

Hrubý, D.: Matematická cvičení pro střední školy. Praha: Prometheus, 2008. ISBN 978-80-7196-374-5

Materiál je určen pro bezplatné užívání pro potřebu výuky a vzdělávání na všech typech škol a školských zařízení. Jakékoliv další využití podléhá autorskému zákonu. Dílo smí být dále šířeno pod licencí CC BY – SA (www.creativecommons.cz).