



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Digitální učební materiál

Číslo projektu	CZ.1.07/1.5.00/34.0802
Název projektu	Zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
Číslo a název šablony klíčové aktivity	III/2 – Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
Příjemce podpory	Gymnázium, Jevíčko, A. K. Vitáka 452

Název DUMu	Mnohočleny
Název dokumentu	VY_32_INOVACE_13_02
Pořadí DUMu v sadě	2
Vedoucí skupiny/sady	Helena Huřová
Datum vytvoření	11. 1. 2013
Jméno autora	Helena Huřová
e-mailový kontakt na autora	huřova@gymjev.cz
Ročník studia	1.
Předmět nebo tematická oblast	Matematika
Výstižný popis způsobu využití materiálu ve výuce	Materiál je určen pro studenty k opakování a procvičení operací s mnohočleny. Inovace: gradující obtížnost příkladů, využití ICT.

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky.



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

MNOHOČLENY

Základní pojmy:

výraz, definiční obor výrazu, hodnota výrazu
mnohočlen (polynom) s jednou proměnnou, člen, koeficient a stupeň mnohočlenu, uspořádání mnohočlenu, hodnota mnohočlenu, nulový bod (kořen) mnohočlenu, opačný mnohočlen
početní operace s mnohočleny – součet, rozdíl, součin, podíl
umocnění mnohočlenu (dvojjčlenu), rozklad mnohočlenu na součin – vytýkání, vzorce

Přehled vzorců a vztahů:

Umocňování dvojjčlenu:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

Rozklad mnohočlenu:

$$a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b)$$

$$a^3 + b^3 = (a + b) \cdot (a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b) \cdot (a^2 + ab + b^2)$$

$$x^2 + px + q = (x - r) \cdot (x - s), r \cdot s = q, r + s = -p$$

Příklad 1:

Dělte dané mnohočleny: $(x^4 - x + x^3 - 5) : (x^2 - 1), x \neq \pm 1$.

Řešení: oba mnohočleny před samotným dělením uspořádáme sestupně a pak dělíme

$$(x^4 + x^3 - x - 5) : (x^2 - 1) = x^2 + x + 1 - \frac{4}{x^2 - 1}$$

$$\begin{array}{r} -(x^4 - x^2) \\ \hline x^3 + x^2 - x - 5 \\ -(x^3 - x) \\ \hline x^2 - 5 \\ -(x^2 - 1) \\ \hline -4 \end{array}$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Příklad 2:

Který z výrazů je nutno přičíst k výrazu $(x + y)^2 + z^2$, aby vznikl výraz $(x + y - z)^2$?

Řešení: oba výrazy umocníme pomocí vzorců, porovnáme a zjistíme hledaný výraz

$$(x + y)^2 + z^2 = x^2 + 2xy + y^2 + z^2$$

$$(x + y - z)^2 = [(x + y) - z]^2 = (x + y)^2 - 2z(x + y) + z^2 =$$

$$x^2 + 2xy + y^2 - 2xz - 2yz + z^2$$

Výrazy se liší o výraz $-2xz - 2yz$ a ten tedy musíme přidat k původnímu výrazu.

Příklad 3:

Rozložte na součin: a) $a^2 - b^2 - c^2 + 2bc$ b) $5x^3 - 40x^2 - 240x$

Řešení: a) při rozkladu využijeme vytýkání a vzorce

$$a^2 - b^2 - c^2 + 2bc = a^2 - (b^2 - 2bc + c^2) = a^2 - (b - c)^2 =$$

$$= [a - (b - c)] \cdot [a + (b - c)] = (a - b + c) \cdot (a + b - c)$$

b) při rozkladu využijeme vytýkání a vztah pro rozklad trojčlenu $x^2 + px + q$

$$5x^3 - 40x^2 - 240x = 5x(x^2 - 8x - 48) = 5x(x - 12)(x + 4)$$

Úkoly:

1. Jsou dány mnohočleny: $P(x) = -3x^2 + 5x$, $Q(x) = 2x^3 - 6x + 7$.

Určete: a) $P(-2)$, $P\left(\frac{1}{2}\right)$, $Q(-1)$, $Q(0)$

b) $P(x) - Q(x)$

2. Zjednodušte a výsledný mnohočlen uspořádejte vzestupně:

a) $2y^3 - [2y^2 - (2y + 1)] - [y + (3y^2 - y)]$

b) $(a^2 + 2ab) - \{ab - [b^2 - (ab + b^2)]\}$

3. Vynásobte a zjednodušte:

a) $4a(5b - 2a) - 4(7a^2 - 3ab) - 2a(3a - 3b)$

b) $(x + 1)(x + 2)(1 - x) + x(x + 5)(x - 3)$

c) $(2a - b)[a(4a + b) + b(a + b)]$

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky.

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

4. Dělte a určete, pro která reálná čísla má dělení smysl:

- a) $(r^3 - 6r^2 + 7r - 10) : (r - 5)$
- b) $(4x^2 + 2x - 8x^3 - x^2) : (1 + 2x)$
- c) $(4a^3 - 10a^2 + 4a - 40) : (a - 3)$

5. Rozhodněte, zda jsou nebo nejsou (ANO/NE) daná tvrzení pravdivá:

- a) $(-4 - x)^2 = 16 + 8x + x^2$
- b) $(1 - 2a)^2 = (1 - 2a)(1 + 2a)$
- c) $(x - 2)(2x - 2) = (x - 1)(2x - 4)$

6. Umocněte:

- a) $(1,2a^2b - 0,5a^3b^2)^2$
- b) $(4u^3 + 5v^2)^3$
- c) $(2x - y + 3z)^2$

7. Upravte:

- a) $(2a - 1)^2 - (3 + a)^2$
- b) $(2x - 1)^3 - (x - 2)^3$

8. Rozložte na součin:

- a) $ab^5 - 2a^2b^4 + a^3b^3$
- b) $9x^2 - 6xy + y^2 - z^2$
- c) $3(c + d) - x(d + c) - 5xc - 5xd$
- d) $yz - y - x + xz$
- e) $4(3x - y) - u(y - 3x)$
- f) $x^2 - 15x + 36$
- g) $3x^2 - 3x - 18$
- h) $x^2 - 21x - 72$

9. Dokažte, že platí: $(a - b + c)^2 = (b - a - c)^2$

10. Rovnost $(x^2 + 1)(x - a) + 1 = x^3 + 2x^2 + x + b$ platí pro všechna $x \in R$. Určete hodnoty parametrů a, b .



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

VÝSLEDKY:

1. -22 , $\frac{7}{4}$, 11, 7, 2. a) $1 + 2y - 2y^2 - y^3$, b) a^2 , 3. a) $38ab - 42a^2$, b) $2 - 14x$, c) $8a^3 - b^3$, 4. a) $r^2 - r + 2$, $r \neq 5$, b) $2x^3 - 5x^2 + 2x$, $x \neq -\frac{1}{2}$, c) $4a^2 + 2a + 10 - \frac{10}{a-3}$, $a \neq 3$, 5. a) ano, b) ne, c) ano, 6. a) $1,44a^4b^2 - 1,2a^5b^3 + 0,25a^6b^4$, b) $64u^9 + 240u^6v^2 + 300u^3v^4 + 125v^6$, c) $4x^2 + y^2 + 9z^2 - 4xy + 12xz - 6yz$, 7. a) $3a^2 - 10a - 8$, b) $7x^3 - 6x^2 - 6x + 7$, 8. a) $ab^3(b - a)^2$, b) $(3x - y + z)(3x - y - z)$, c) $3(c + d)(1 - 2x)$, d) $(x + y)(z - 1)$, e) $(4 + u)(3x - y)$, f) $(x - 12)(x - 3)$, g) $3(x - 3)(x + 2)$, h) $(x + 3)(x - 24)$, 10. $a = -2$, $b = 3$

Zdroje:

Fuchs, E., Kubát, J. a kol.: Standardy a testové úlohy z matematiky pro čtyřletá gymnázia. Praha: Prometheus, 1998. ISBN 80-7196-095-0

Vejsada, F., Talafous, F.: Sběrka úloh z matematiky pro gymnasia. Praha: SPN, 1969. ISBN 15-534-69

Materiál je určen pro bezplatné užívání pro potřebu výuky a vzdělávání na všech typech škol a školských zařízení. Jakékoliv další využití podléhá autorskému zákonu. Dílo smí být dále šířeno pod licencí CC BY – SA (www.creativecommons.cz).