



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Digitální učební materiál

Číslo projektu	CZ.1.07/1.5.00/34.0802
Název projektu	Zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
Číslo a název šablony klíčové aktivity	III/2 – Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
Příjemce podpory	Gymnázium, Jevíčko, A. K. Vitáka 452

Název DUMu	Lomené výrazy
Název dokumentu	VY_32_INOVACE_13_03
Pořadí DUMu v sadě	3
Vedoucí skupiny/sady	Helena Huřová
Datum vytvoření	3. 1. 2013
Jméno autora	Helena Huřová
e-mailový kontakt na autora	huřova@gymjev.cz
Ročník studia	1.
Předmět nebo tematická oblast	Matematika
Výstižný popis způsobu využití materiálu ve výuce	Materiál je určen pro studenty k opakování a procvičení úprav lomených výrazů. Inovace: gradující obtížnost příkladů, využití ICT.

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky.

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

LOMENÉ VÝRAZY

Základní pojmy:

definiční obor lomeného výrazu, společný dělitel mnohočlenů, společný násobek mnohočlenů, krácení a rozšiřování lomeného výrazu, početní operace s lomenými výrazy – sčítání, odčítání, násobení, dělení a umocňování, složený lomený výraz, vyjádření neznámé ze vzorce

Přehled vzorců a vztahů:

Krácení a rozšiřování lomeného výrazu:

krácení
←

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{V_1 \cdot V_3}{V_2 \cdot V_3}, V_2 \neq 0, V_3 \neq 0$$

→
rozšiřování

Sčítání lomených výrazů:

$$\frac{V_1}{V_2} + \frac{V_3}{V_4} = \frac{V_1V_4 + V_2V_3}{V_2 \cdot V_4}, V_2 \neq 0, V_4 \neq 0$$

Násobení lomených výrazů:

$$\frac{V_1}{V_2} \cdot \frac{V_3}{V_4} = \frac{V_1V_3}{V_2V_4}, V_2 \neq 0, V_4 \neq 0$$

Dělení lomených výrazů:

$$\frac{V_1}{V_2} : \frac{V_3}{V_4} = \frac{V_1}{V_2} \cdot \frac{V_4}{V_3}, V_2 \neq 0, V_3 \neq 0, V_4 \neq 0$$

Složený lomený výraz:

$$\frac{\frac{V_1}{V_2}}{\frac{V_3}{V_4}} = \frac{V_1}{V_2} : \frac{V_3}{V_4} = \frac{V_1}{V_2} \cdot \frac{V_4}{V_3}, V_2 \neq 0, V_3 \neq 0, V_4 \neq 0$$

Příklad 1:

Je dán výraz $\frac{x^2+2x-15}{x^2-9}$.

- Určete, kdy má výraz smysl, a výraz zjednodušte.
- Určete hodnotu výrazu pro $x = 0$.
- Určete, pro které hodnoty $x \in R$ má výraz hodnotu 0.
- Určete, pro které hodnoty $x \in R$ má výraz hodnotu 1.

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky.

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Řešení:

$$a) \frac{x^2+2x-15}{x^2-9} = \frac{(x+5)(x-3)}{(x+3)(x-3)} = \frac{x+5}{x+3}, x \neq \pm 3$$

$$b) \frac{0+2 \cdot 0-15}{0-9} = \frac{-15}{-9} = \frac{5}{3}$$

c) lomený výraz je roven 0, jestliže je čitatel výrazu roven 0, jmenovatel musí být různý od nuly: $x^2 + 2x - 15 = 0$

$$(x + 5)(x - 3) = 0$$

$$x_1 = -5 \quad x_2 = 3 \text{ nesplňuje podmínku } \underline{\text{pro } x = -5}$$

$$d) \frac{x^2+2x-15}{x^2-9} = 1$$

$$x^2 + 2x - 15 = x^2 - 9$$

$$2x = 6$$

$$x = 3 \text{ nesplňuje podmínku } \underline{\text{pro žádné } x}$$

Příklad 2:

Zjednodušte výraz $\left[\left(\frac{2}{y^2-2y} - \frac{y}{4-2y} \right) \cdot \frac{4y}{y^2+4} - \frac{4}{y^2-4} \right] : \frac{y}{y-2}$ a určete, za jakých podmínek má smysl.

$$\text{Řešení: } \left[\left(\frac{2}{y^2-2y} - \frac{y}{4-2y} \right) \cdot \frac{4y}{y^2+4} - \frac{4}{y^2-4} \right] : \frac{y}{y-2} = \left(\frac{4-(-y^2)}{2y(y-2)} \cdot \frac{4y}{y^2+4} - \frac{4}{y^2-4} \right) : \frac{y}{y-2} =$$

$$\left(\frac{2}{y-2} - \frac{4}{(y-2)(y+2)} \right) : \frac{y}{y-2} = \frac{2y+4-4}{(y-2)(y+2)} \cdot \frac{y-2}{y} = \frac{2}{y+2} \quad y \neq 0, y \neq \pm 2$$

Příklad 3:

Určete hodnotu výrazu $\frac{x^2}{x-1}$ s neznámou $x \in R \setminus \{1\}$ pro $x = \sqrt{3} - 1$.

$$\text{Řešení: } \frac{x^2}{x-1} = \frac{(\sqrt{3}-1)^2}{\sqrt{3}-1-1} = \frac{3-2\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-2} = \frac{-2(\sqrt{3}-2)}{\sqrt{3}-2} = -2$$

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky.

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Úkoly:

1. Určete definiční obory výrazů:

a) $\frac{a-3}{3-\frac{a}{2}} + 1$

b) $\frac{x}{x^2+4} \cdot \frac{x^2-4}{x^2+2x}$

c) $\frac{2}{y^2-y+2}$

2. Upravte výraz a určete jeho definiční obor:

a) $\frac{a^3+a^2-4a-4}{a^2-a-2}$

b) $\frac{(x^2-2)^2-4}{x^4+2x^3}$

3. U následujících tvrzení rozhodněte, zda jsou (ANO) nebo nejsou (NE) pravdivá:

a) Pro každé reálné $x \neq 1$ platí: $1 - x \cdot \frac{1-x}{x-1} = x + 1$.

b) Pro každé reálné $y \neq 2$ platí: $\frac{2-y^2}{y-2} = 2 + y$.

c) Společný jmenovatel výrazů $\frac{x}{x+1}$ a $\frac{-1}{x^2+x}$ může být $x^2 + x$.

4. Je dán výraz $1 - \frac{x-1}{2x+1}$, $x \neq -\frac{1}{2}$.

a) Určete hodnotu výrazu pro $x = \frac{1}{2}$.

b) Pro kterou hodnotu proměnné x je výraz roven nule?

5. Upravte a určete, pro které hodnoty proměnné má výraz smysl:

a) $\frac{a}{a+2} - \frac{a^2-2a}{4-a^2}$

b) $\frac{4}{3u-3v} - \frac{3u-4v}{2u^2-4uv+2v^2}$

6. Upravte a určete, pro které hodnoty proměnné má výraz smysl:

$$\frac{4c^3}{c^3-d^3} : \frac{2c^3}{c^2-2cd+d^2} \cdot \frac{c^2+d(c+d)}{c^2-d^2}$$

7. Do prvního patra, které je výši x metrů má být vedeno y schodů. O kolik metrů by se musela zmenšit výška každého schodu, kdyby počet schodů vzrostl o tři?

8. Na stavbu vodní přehrady vyjelo x brigádníků. Každý z nich se zavázal, že odpracuje y hodin. Jeden brigádník se pro nemoc omluvil a ostatní převzali jeho závazek na sebe. Na kolik hodin zvýšil každý ze zbývajících brigádníků svůj závazek?



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

9. Zjednodušte složený lomený výraz a určete, pro které hodnoty proměnné má výraz smysl:

$$\frac{\left(x - \frac{1}{2x+1}\right)}{x+1}$$

10. Z daných výrazů vyjádřete pro přípustné hodnoty a proměnnou b :

a) $a = \frac{2+b}{3-b}$

b) $a = \frac{a}{b} - 3$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

VÝSLEDKY:

1. a) $a \in R \setminus \{6\}$, b) $a \in R \setminus \{-2, 0\}$, c) $a \in R$, 2. a) $a + 2, a \neq -1, a \neq 2$, b) $\frac{x-2}{x}, x \neq 0, x \neq -2$,
3. a) ano, b) ne, c) ano, 4. a) $\frac{5}{4}$, b) $x = -2$, 5. a) $\frac{2a}{a+2}, a \neq \pm 2$, b) $\frac{4v-u}{6(u-v)^2}, u \neq v$, 6. $\frac{2}{c+d},$
 $c \neq 0, c \neq \pm d$, 7. $\frac{3x}{y(y+3)}$ 8. $\frac{xy}{x-1}$, 9. $\frac{2x-1}{2x+1}, x \neq -1, x \neq \frac{1}{2}$, 10. a) $b = \frac{3a-2}{a+1}$, b) $b = \frac{a}{a+3}$.

Zdroje:

Fuchs, E., Kubát, J. a kol.: Standardy a testové úlohy z matematiky pro čtyřletá gymnázia. Praha: Prometheus, 1998. ISBN 80-7196-095-0

Vejsada, F., Talafous, F.: Sbírká úloh z matematiky pro gymnasia. Praha: SPN, 1969. ISBN 15-534-69

Materiál je určen pro bezplatné užívání pro potřebu výuky a vzdělávání na všech typech škol a školských zařízení. Jakékoliv další využití podléhá autorskému zákonu. Dílo smí být dále šířeno pod licencí CC BY – SA (www.creativecommons.cz).