



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Digitální učební materiál

Číslo projektu	CZ.1.07/1.5.00/34.0802
Název projektu	Zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
Číslo a název šablony klíčové aktivity	III/2 – Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
Příjemce podpory	Gymnázium, Jevíčko, A. K. Vitáka 452

Název DUMu	Lineární rovnice a nerovnice
Název dokumentu	VY_32_INOVACE_13_04
Pořadí DUMu v sadě	4
Vedoucí skupiny/sady	Helena Huřová
Datum vytvoření	8. 1. 2013
Jméno autora	Helena Huřová
e-mailový kontakt na autora	huřova@gymjev.cz
Ročník studia	1.
Předmět nebo tematická oblast	Matematika
Výstižný popis způsobu využití materiálu ve výuce	Materiál je určen pro studenty k nácvičení a procvičení řešení lineárních rovnic a nerovnic s jednou neznámou a k sestavení rovnice ze slovní úlohy. Inovace: gradující obtížnost příkladů, využití ICT.

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky.



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

LINEÁRNÍ ROVNICE A NEROVNICE

Základní pojmy:

definiční obor rovnice, kořen (řešení) rovnice, ekvivalentní úpravy, důsledkové úpravy, zkouška, grafické řešení rovnice, množina všech řešení nerovnice, slovní úlohy řešené rovnicemi

Ekvivalentní úpravy při řešení **rovníc**:

- přičtení stejného čísla nebo stejného výrazu obsahujícího neznámou k oběma stranám rovnice,
- vynásobení obou stran rovnice stejným nenulovým číslem,
- „ekvivalentní“ úpravy výrazů na jednotlivých stranách rovnice.

Ekvivalentní úpravy při řešení **nerovnic**:

- přičtení stejného čísla nebo stejného výrazu obsahujícího neznámou k oběma stranám nerovnice,
- vynásobení obou stran rovnice stejným **kladným číslem** (znak nerovnosti se nemění),
- vynásobení obou stran rovnice stejným **záporným číslem** a současně **obrácení znaku nerovnosti** v nerovnici,
- „ekvivalentní“ úpravy výrazů na jednotlivých stranách nerovnice.

Přehled vzorců a vztahů:

Lineární rovnice: $ax + b = 0, a, b \in R$

Řešení v R: $a \neq 0 \dots$ jediné řešení $x = -\frac{b}{a}$
 $a = 0 \dots$ každé $x \in R$ pro $b = 0$
 \dots žádné řešení pro $b \neq 0$

Lineární nerovnice: $ax + b > 0, a, b \in R$

Řešení v R: $a > 0 \dots x > -\frac{b}{a}$
 $a < 0 \dots x < -\frac{b}{a}$
 $a = 0 \dots$ každé $x \in R$ pro $b > 0$
 \dots žádné řešení pro $b \leq 0$

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky.

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Příklad 1:

Ze vzorce $\frac{1}{a} = (n - 1) \left(\frac{1}{r_1} + \frac{r}{r_2} \right)$ vyjádřete veličinu a .

Řešení: $\frac{1}{a} = (n - 1) \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$

$$a = \frac{1}{(n-1) \cdot \frac{r_2+r_1}{r_1 \cdot r_2}}$$

$$a = \frac{r_1 \cdot r_2}{(n-1)(r_1+r_2)}$$

Příklad 2:

Řešte v R lineární nerovnici: $\frac{4x-7}{2} - \frac{x-4}{6} \geq 2x - 3$

Řešení: $\frac{4x-7}{2} - \frac{x-4}{6} \geq 2x - 3$

$$12x - 21 - x + 4 \geq 12x - 18$$

$$11x - 17 \geq 12x - 18$$

$$-x \geq -1$$

$$x \leq 1 \quad \text{tzn. } x \in (-\infty, 1]$$

Příklad 3:

Na večírek přišlo třikrát více chlapců než děvčat. Po odchodu 8 chlapců a 8 děvčat zbylo na večírku pětkrát více chlapců než děvčat. Kolik chlapců a kolik děvčat přišlo na večírek?

Řešení: na začátku x děvčat, $3x$ chlapců, po odchodu zbylo $(x - 8)$ děvčat a $(3x - 8)$ chlapců a chlapců bylo pětkrát více než děvčat, tzn. $5(x - 8) = 3x - 8$

$$5x - 40 = 3x - 8$$

$$x = 16$$

Na večírek přišlo 16 děvčat a 48 chlapců.

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Úkoly:

1. Řešte lineární rovnici v R :

a) $y - 3[y - 5(y - 4)] = 10(y - 3)$

b) $(y - 3)(y + 2) - (y + 2)(y - 4) = 7$

2. Řešte dané lineární rovnice:

a) $(5a - 4)^2 - (3 - 4a)^2 = (5 - 3a)^2$ v Z

b) $\frac{a-2}{3} - \frac{3a+4}{5} + \frac{5a+6}{7} = 24 - a$ v N

3. Řešte dané lineární rovnice:

a) $\frac{2x-1}{2x+1} = \frac{2x+1}{2x-1} + \frac{8}{1-4x^2}$ v R

b) $\frac{2}{1-x^2} - \frac{1}{x+1} = \frac{1}{1-x}$ v Z

4. Řešte v R dané lineární nerovnice:

a) $5(z - 1) - z(7 - z) \leq z^2$

b) $\frac{z-1}{3} - 2(1 - 4z) > \frac{z}{4} - \frac{7-52z}{6}$

5. Řešte lineární nerovnice:

a) $\frac{4y-3}{5} + \frac{2y-5}{3} < \frac{3y-4}{2}$ v Z^-

b) $\frac{2y-1}{3} - 3 < \frac{y+3}{2} - \frac{y-2}{3}$ v N_0

6. Ze vzorce $a = \frac{m \cdot x}{y+m \cdot z}$ vyjádřete veličinu: a) x b) y c) m

7. Řešte graficky lineární rovnici: $3x - 2 = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

8. Řešte graficky lineární nerovnici: $-1 - 3x \leq x + 3$

9. Na cestě mezi městy A a C leží město B. Vzdálenost měst A, B je 20 km a vzdálenost měst B, C je 70 km. Z měst A a B současně vyjeli dva cyklisté směrem k městu C. Rychlost



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

cyklisty vyjíždějícího z města A byla 20km/h. Rychlost cyklisty vyjíždějícího z města B 15 km/h. V jaké vzdálenosti od města A dohonal první cyklista druhého?

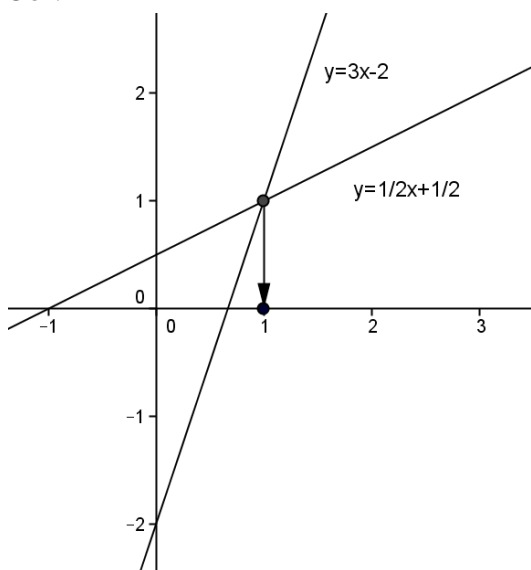
10. Pan Novák má dva pracovní poměry. V prvním vydělává 400 Kč za hodinu, ve druhém 300 Kč za hodinu. V prvním zaměstnání stráví týdně o 10 hodin více než ve druhém a vydělá si tam za týden dvakrát více. Kolik hodin týdně pracuje pan v prvním zaměstnání?

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

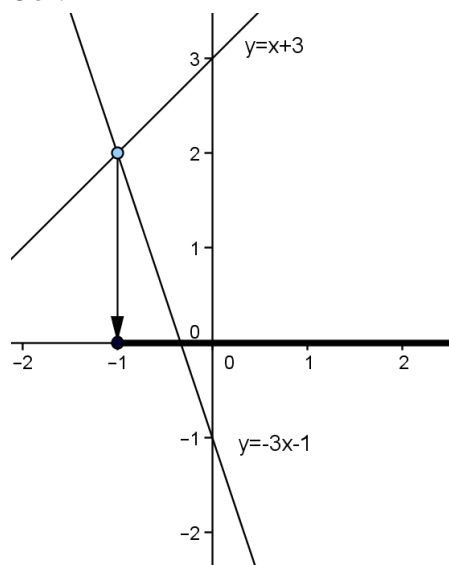
VÝSLEDKY:

1. a) 10, b) 5, 2. a) \emptyset , b) 17, 3. a) 1, b) $Z \setminus \{-1, 1\}$, 4. a) $\langle -2, 5, \infty \rangle$, b) $(-\infty, -2)$, 5. a) $\{-7, -6, -5, -4, -3, -2, -1\}$, b) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, 6. a) $x = \frac{a(y+mz)}{m}$, b) $y = \frac{mx-amz}{a}$,
c) $m = \frac{ay}{x-az}$, 7. Obr.1, $x = 1$, 8. Obr. 2, $x \geq -1$, 9. 80 km, 10. 30 hodin

Obr.1



Obr.2



Zdroje:

Fuchs, E., Kubát, J. a kol.: Standardy a testové úlohy z matematiky pro čtyřletá gymnázia. Praha: Prometheus, 1998. ISBN 80-7196-095-0

Vejsada, F., Talafous, F.: Sbírká úloh z matematiky pro gymnasia. Praha: SPN, 1969. ISBN 15-534-69

Benda, P. a kol.: Sbírká maturitních příkladů z matematiky. Praha: SPN, 1983. ISBN 14-067-86

Obrázky vytvořené pomocí programu Geogebra jsou dílem autora.

Materiál je určen pro bezplatné užívání pro potřebu výuky a vzdělávání na všech typech škol a školských zařízení. Jakékoliv další využití podléhá autorskému zákonu. Dílo smí být dále šířeno pod licencí CC BY – SA (www.creativecommons.cz).

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky.