



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Digitální učební materiál

Číslo projektu	CZ.1.07/1.5.00/34.0802
Název projektu	Zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
Číslo a název šablony klíčové aktivity	III/2 – Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
Příjemce podpory	Gymnázium, Jevíčko, A. K. Vitáka 452

Název DUMu	Soustavy lineárních rovnic a nerovnic
Název dokumentu	VY_32_INOVACE_13_05
Pořadí DUMu v sadě	5
Vedoucí skupiny/sady	Helena Hufová
Datum vytvoření	22. 1. 2013
Jméno autora	Helena Hufová
e-mailový kontakt na autora	hufova@gymjev.cz
Ročník studia	1.
Předmět nebo tematická oblast	Matematika
Výstižný popis způsobu využití materiálu ve výuce	Materiál je určen pro studenty k nácvičení a procvičení řešení soustav lineárních rovnic a nerovnic se dvěma a více neznámými. Inovace: gradující obtížnost příkladů, ICT.

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky.



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

SOUSTAVY LINEÁRNÍCH ROVNIC A NEROVNIC

Základní pojmy:

lineární rovnice se 2 neznámými ($ax + by = c$, $a, b, c \in R$), lineární nerovnice se 2 neznámými ($ax + by > 0$, popř. $<, \geq, \leq$, $a, b, c \in R$)

soustavy dvou lineárních rovnic se 2 neznámými – dosazovací metoda, sčítací metoda, ekvivalentní úpravy, počet řešení, grafické řešení, slovní úlohy řešené pomocí soustav dvou rovnic
soustavy lineárních rovnic s více neznámými – ekvivalentní úpravy, algoritmus řešení - Gaussova eliminační (vylučovací) metoda

Ekvivalentní úpravy při dosazovací metodě:

- ekvivalentní úpravy jednotlivých rovnic soustavy,
- dosazení výrazu, kterým z jedné rovnice vyjádříme některou neznámou pomocí druhé neznámé, za příslušnou neznámou do zbývajících rovnic.

Ekvivalentní úpravy při řešení sčítací metodě:

- přičtení některé rovnice soustavy ke zbývajícím rovnicím této soustavy,
- vynásobení některé rovnice soustavy nenulovým číslem a současné přičtení násobku zbývajícím rovnicím soustavy k této rovnici.

Ekvivalentní úpravy při řešení soustav lineárních rovnic s více neznámými:

- úpravy z předcházejících bodů,
- záměna pořadí rovnic,
- vynechání rovnice, která je násobkem jiné rovnice soustavy.

Příklad 1:

$$\begin{aligned} \text{Řešte soustavu rovnic: } & 3x + 4y + 7z = 2 \\ & 6x + 8y + 9z = 4 \\ & x + 2y + 5z = 1 \end{aligned}$$

Řešení: Nejprve změníme pořadí rovnic. V dalším kroku odečteme od druhé rovnice trojnásobek a od třetí rovnice šestinásobek první rovnice. Poté od třetí rovnice odečteme dvojnásobek druhé

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

rovnice. Z poslední rovnice vyjádříme z , dosadíme do druhé rovnice, odtud vyjádříme y a nakonec dosadíme za y a z do první rovnice a vyjádříme x .

$$\begin{array}{r} x + 2y + 5z = 1 \\ 3x + 4y + 7z = 2 \\ 6x + 8y + 9z = 4 \\ \hline x + 2y + 5z = 1 \\ -2y - 8z = -1 \\ \hline -4y - 21z = -2 \\ \hline x + 2y + 5z = 1 \\ -2y - 8z = -1 \\ \hline -5z = 0 \\ \hline z = 0 \\ -2y - 8 \cdot 0 = -1 \rightarrow y = \frac{1}{2} \\ x + 2 \cdot \frac{1}{2} + 5 \cdot 0 = 1 \rightarrow x = 0 \end{array}$$

Soustava má jediné řešení $(x, y, z) = \left(0, \frac{1}{2}, 0\right)$.

Příklad 2:

Součet dvou čísel je 200. Dělíme-li první číslo sedmi, dostaneme stejný výsledek, jako když druhé vydělíme osmnácti. Určete obě čísla.

Řešení: první neznámé číslo x , druhé neznámé číslo y , jejich součet je 200, tzn. $x + y = 200$, druhá vlastnost $\frac{x}{7} = \frac{y}{18}$, dostaneme tedy soustavu 2 rovnic a tu vyřešíme:

$$\begin{array}{r} x + y = 200 \\ \frac{x}{7} = \frac{y}{18} \\ \hline x = 200 - y \\ 18x = 7y \\ \hline 18(200 - y) = 7y \\ 3600 = 25y \\ y = 144 \\ x = 200 - 144 = 56 \end{array}$$

Hledaná čísla jsou 56 a 144.

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky.

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Úkoly:

1. Řešte dané rovnice a množiny všech řešení graficky znázorněte:

a) $0x - 3y = 6$

b) $2x - y = 3$

2. Graficky znázorněte množiny všech řešení daných nerovnic:

a) $3x - 0y \geq 2$

b) $-2x + y < 1$

3. Řešte soustavy rovnic dosazovací metodou:

a) $3a - 2b = 4$

$a + 3b = 5$

b) $2a + 3b = 8$

$4 - a = 1,5b$

4. Řešte soustavy rovnic sčítací metodou:

a) $a - b = 4$

$2a - 2b = 5$

b) $3a + 2b = 20$

$4a + 6b = 40$

5. Řešte soustavy rovnic:

a) $(p + 4)(r - 2) = (p - 2)(r + 13)$

$(p - 1)(r - 3) = (p + 2)(r - 5)$

b) $(u + 3):(u + 1) = (v + 8):(v + 5)$

$(2u - 3):(10u - 12) = (v + 1):(5v + 7)$

6. Řešte graficky soustavy rovnic:

a) $3x - 2y = 4$

$x + 3y = 5$

b) $x - y = 4$

$2x - 2y = 5$

7. Řešte soustavy rovnic:

a) $3x + y - z = 7$

$x + 2y - 5z = 15$

$3x + 5y + 2z = 9$

b) $5a + 5b + c = 2$

$3a - 4b - 3c = 1$

$-2a + b + c = -1$

8. Určete dvě čísla, jejichž součet je 32 a jejich dělením dostaneme podíl 5 a zbytek 2.



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

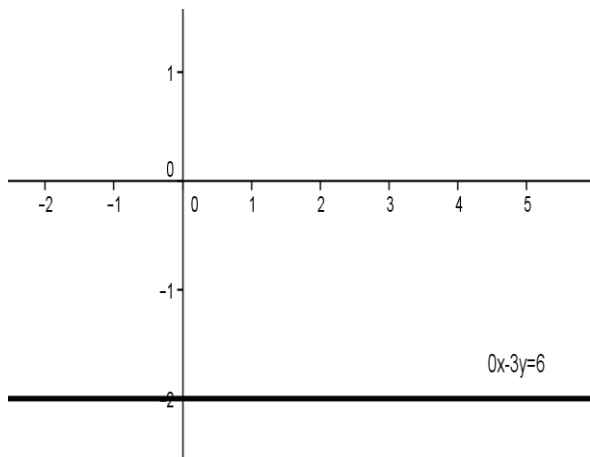
9. Určete velikosti stran trojúhelníku, jestliže součty velikostí dvou stran jsou po řadě 34cm, 42 cm, 38 cm.
10. Paní pokladní zůstaly v pokladně pouze padesátikorunové a dvacetikorunové mince, jejichž celková hodnota je 8400 Kč. Kdyby z pokladny odebrala polovinu padesátikorunových mincí, zůstalo by v ní ještě 180 mincí. Kolik mincí je v pokladně? Vyberte z možných odpovědí:
- a) méně než 250 mincí
 - b) alespoň 250 mincí, avšak méně než 260 mincí
 - c) alespoň 260 mincí
 - d) úloha nemá řešení

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

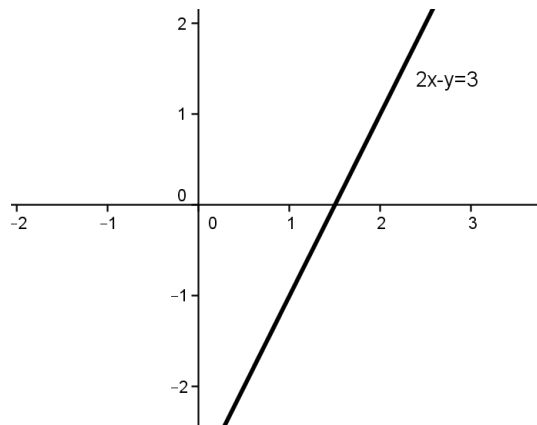
VÝSLEDKY:

1. a) $\{(x, -2); x \in R\}$, Obr.1, b) $\{(x, 2x - 3); x \in R\}$, Obr.2, 2. a) Obr.3, b) Obr.4, 3. a) $(2, 1)$, b) $(a, \frac{8-2a}{3})$, 4. a) žádné řešení, b) $(4, 4)$, 5. a) $(4, 7)$, b) $(3, 1)$, 6. a) Obr.5, $(2, 1)$, b) Obr.6, žádné řešení, 7. $(1, 2, -2)$, b) $(1, -1, 2)$, 8. 5 a 27, 9. 15, 19, 23, 10. A

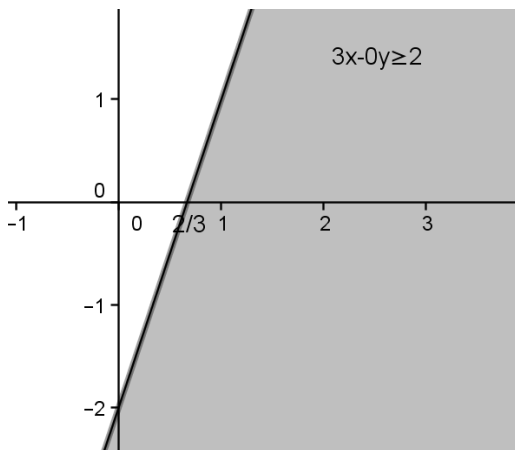
Obr.1



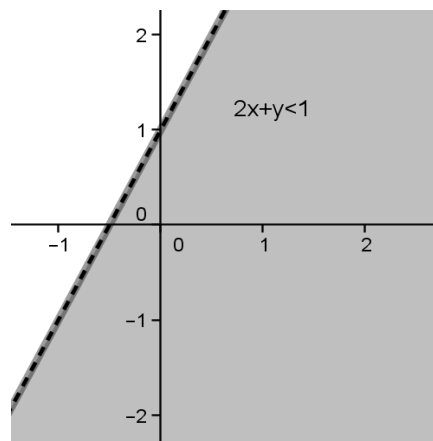
Obr.2



Obr.3

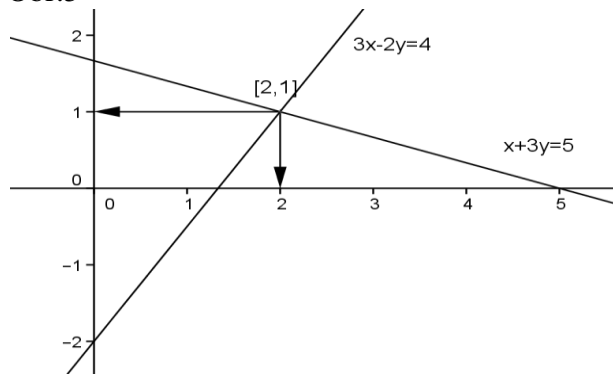


Obr.4

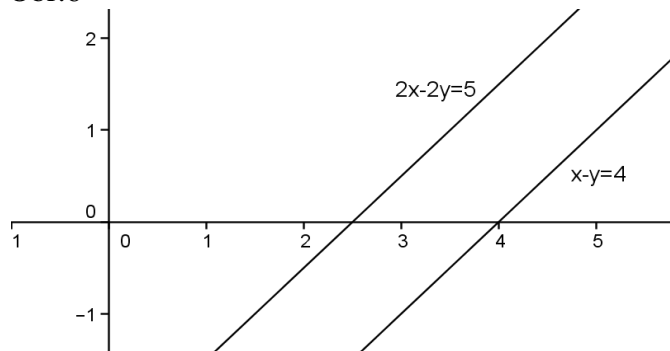


INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Obr.5



Obr.6



Zdroje:

Fuchs, E., Kubát, J. a kol.: Standardy a testové úlohy z matematiky pro čtyřletá gymnázia. Praha: Prometheus, 1998. ISBN 80-7196-095-0

Vejsada, F., Talafous, F.: Sběrka úloh z matematiky pro gymnasia. Praha: SPN, 1969. ISBN 15-534-69

Petáková, J.: MATEMATIKA příprava k maturitě a k přijímacím zkouškám na vysoké školy. Praha: Prometheus, 1998. ISBN 978-80-7196-099-7

Obrázky vytvořené pomocí programu Geogebra jsou dílem autora.

Materiál je určen pro bezplatné užívání pro potřebu výuky a vzdělávání na všech typech škol a školských zařízení. Jakékoliv další využití podléhá autorskému zákonu. Dílo smí být dále šířeno pod licencí CC BY – SA (www.creativecommons.cz).