



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Digitální učební materiál

Číslo projektu	CZ.1.07/1.5.00/34.0802
Název projektu	Zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
Číslo a název šablony klíčové aktivity	III/2 – Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
Příjemce podpory	Gymnázium, Jevíčko, A. K. Vitáka 452

Název DUMu	První osmička úloh
Název dokumentu	VY_32_INOVACE_14_03
Pořadí DUMu v sadě	3
Vedoucí skupiny/sady	RNDr. Dag Hrubý
Datum vytvoření	5. února 2013
Jméno autora	Dag Hrubý
e-mailový kontakt na autora	hruby@gymjev.cz
Ročník studia	3.
Předmět nebo tematická oblast	Seminář z matematiky – Matice a determinanty
Výstižný popis způsobu využití materiálu ve výuce	Materiál obsahuje osm typických úloh týkajících se základních operací s maticemi typu (2,2) (sčítání, odčítání, k-násobek a součin matic stejného typu). Součástí materiálu je i řešení úloh a slovní hodnocení zvládnutí dané problematiky. Inovace: Text je sázen v LaTeXu, čímž jsou podpořeny ICT. Za inovaci lze považovat původní příklady a ne příliš obvyklé sebehodnocení žáků.

OSMIČKA ÚLOH

Na vypracování následujících osmi úloh by vám mělo stačit 45 minut. Z výsledku můžete odhadnout, jak se orientujete v oblasti početních operací s maticemi typu (2, 2). Pracujte bez nahlízení do výsledků a dodržujte stanovený čas. Po vypracování všech osmi úloh vaše výsledky opravte dle řešení níže a za správné odpovědi přidělte body uvedené v závorce u každé úlohy. Pro zhodnocení vašich znalostí vám může pomoci i slovní hodnocení v závěru.

Přejeme vám hodně štěstí při vypracování testu vašich znalostí!

Cvičení 1

(2 body)

Vypočtěte $A \cdot B + C \cdot D$, jestliže platí:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \text{ a } D = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Cvičení 2

(2 body)

Ověřte, zda matice A a B jsou **záměnné**, tj. zda platí $A \cdot B = B \cdot A$:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \text{ a } B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Cvičení 3

(2 body)

Na maticích A a B ukažte, že platí

$$(A \cdot B)^T = B^T \cdot A^T$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \text{ a } B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Cvičení 4

(2 body)

Určete, která z matic A a B má větší stopu (tj. součet prvků na hlavní diagonále čtvercové matice):

$$A = \pi \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ a } B = \pi \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} - \pi \cdot E,$$

kde E je jednotková matice typu (2,2).

Cvičení 5

(3 body)

Na maticích A a B ukažte, že platí

$$(A + B)^2 = A^2 + AB + BA + B^2$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \text{ a } B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Cvičení 6

(3 body)

Určete matici X tak, aby platilo:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} + X = 3 \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + E.$$

Cvičení 7

(3 body)

Určete hodnoty a, b tak, aby platilo:

$$2 \cdot \begin{pmatrix} a & 2 \\ 3 & b \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -14 \\ 6 & -18 \end{pmatrix}.$$

Cvičení 8

(3 body)

Diskutujte výsledek umocňování matice v závislosti na $n \in N$.

(Návod: Počítejte postupně $A^1, A^2, A^3, A^4, \dots$)

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}^n.$$

VÝHODNOCENÍ**20 - 16 bodů**

Vaše znalosti z oblasti sčítání, odčítání a násobení matic jsou výborné. Gratulujieme! Bez výhrad můžeme doporučit pokračování ve studiu lineární algebry.

15 - 8 bodů

Vaše znalosti z oblasti sčítání, odčítání a násobení matic jsou průměrné. Zvažte, zda jste udělali pouze početní chyby, nebo zda jste zaváhali v některé početní operaci s maticemi. V druhém případě doporučujeme vrátit se k příslušné kapitole a znalosti doplnit.

7 - 0 bodů

Vaše znalosti z oblasti sčítání, odčítání a násobení matic jsou nedostatečné. Vraťte se k předchozímu textu i úlohám a cvičením a příslušné pasáže dostudujte! Bez doplnění vašich znalostí nemá smysl pokračovat v dalším studiu lineární algebry. Věříme, že to zvládnete!

ŘEŠENÍ

1. $\begin{pmatrix} 6 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

2. Ano, jsou. $A \cdot B = B \cdot A = \begin{pmatrix} 0 & 7 \\ -7 & 4 \end{pmatrix}$.

3. $(A \cdot B)^T = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$

4. Větší stopu má matice A $Tr(A) = 3\pi$ zatímco A $Tr(B) = 2\pi$

5. Vztah platí $(A + B)^2 = \begin{pmatrix} 12 & 20 \\ 15 & 37 \end{pmatrix}$

6. $X = \begin{pmatrix} 6 & 9 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$

7. $a = 1, b = 3$

8. pro n sudé $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; pro n liché $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$.

Doporučená a použitá literatura:

- [1] Dolciani, M. P., Berman, S. L., Wooton, W.: *Modern algebra and trigonometry*. Thomas Nelson & Sons Limited, Ontario 1964.
- [2] Bartsch, H. J.: *Matematické vzorce*. Academia, Praha 2006. ISBN 80-200- 1448-9.
- [3] Knichal, V., Bašta, A., Pišl, M., Rektorys, K.: *Matematika I.* SNTL, Praha 1965.
- [4] Holenda, J.: *O maticích*. Vydavatelský servis, Plzeň 2007. ISBN 978-80-86843-16-2.

Poučení o autorských právech:

Materiál je určen pro bezplatné užívání pro potřebu výuky a vzdělávání na všech typech škol a školských zařízení. Jakékoli další využití podléhá autorskému zákonu.

Dílo smí být dále šířeno pod licencí CC BY-SA (www.creativecommons.cz).