



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Digitální učební materiál

Číslo projektu	CZ.1.07/1.5.00/34.0802
Název projektu	Zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
Číslo a název šablony klíčové aktivity	III/2 – Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
Příjemce podpory	Gymnázium, Jevíčko, A. K. Vitáka 452

Název DUMu	Základní operace s maticemi typu (3,3)
Název dokumentu	VY_32_INOVACE_14_04
Pořadí DUMu v sadě	4
Vedoucí skupiny/sady	RNDr. Dag Hrubý
Datum vytvoření	6. února 2013
Jméno autora	Dag Hrubý
e-mailový kontakt na autora	hruby@gymjev.cz
Ročník studia	3.
Předmět nebo tematická oblast	Seminář z matematiky – Matice a determinanty
Výstižný popis způsobu využití materiálu ve výuce	Materiál obsahuje teoretickou přípravu a větší množství původních příkladů z lineární algebry – konkrétně se jedná o sčítání a odčítání matic typu (3,3) a násobek matice (3,3) reálným číslem. Inovace: Text je sázen v LaTeXu, čímž jsou podpořeny ICT. Za inovaci lze považovat větší množství původních příkladů a netradiční přístup k výkladu lineární algebry.

kapitola 2

MATICE TYPU $(3, 3)$

Maticí A typu $(3, 3)$ rozumíme čtvercové schéma čísel o třech řádcích a třech sloupcích

$$A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$$

Vedle tohoto zápisu matice se používá jiný zápis, ve kterém jsou prvky matice označeny symbolem a_{ij} , kde i značí číslo řádku a j číslo sloupce. Například zápis a_{23} znamená, že se jedná o prvek, který se nachází na druhém řádku a ve třetím sloupci. Pomocí této symboliky můžeme matici zapsat následovně

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

O maticích

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}$$

řekneme, že se rovnají, je-li splněna následující podmínka

$$a_{ij} = b_{ij} \quad i = 1, 2, 3 \quad j = 1, 2, 3$$

Matice A, B pokládáme za sobě rovné, je-li každý prvek a_{ij} matice A roven stejnohlému prvku b_{ij} matice B . Rovnost matic A, B zapisujeme $A = B$.

Matici

$$A^T = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{pmatrix}$$

,

která vznikla z matice A vzájemnou záměnou řádků za sloupce, nazýváme transponovanou k matici A .

SOUČET DVOU MATIC

Jsou-li dány matice

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}$$

pak jejich součtem je matice C

$$C = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix}$$

kde každý prvek c_{ij} matice C je roven součtu stejnohlých prvků a_{ij}, b_{ij} matic A, B . Platí

$$c_{ij} = a_{ij} + b_{ij} \quad i = 1, 2, 3 \quad j = 1, 2, 3$$

Součet matic A, B zapisujeme ve tvaru $A + B = C$.

Úloha 1

Určete součet matic A, B je-li dáno

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Řešení:

$$A + B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 5 & 5 & 1 \\ 1 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

Poznámka. V dalším textu, pokud nebude řečeno jinak, budeme vždy pod pojmem matice rozumět matici typu $(3, 3)$.

Vlastnosti operace sčítání matic typu $(3, 3)$ jsou analogické vlastnostem, které byly vyloženy u sčítání matic typu $(2, 2)$.

$$A + B = C$$

součet matic je matice

$$A + (B + C) = (A + B) + C$$

sčítání matice je asociativní

$$A + O = A$$

neutrálním prvkem operace sčítání je nulová matice $O = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$$A + (-A) = O$$

inverzním prvkem operace sčítání je matice opačná

$$(-A) = \begin{pmatrix} -a_{11} & -a_{12} & -a_{13} \\ -a_{21} & -a_{22} & -a_{23} \\ -a_{31} & -a_{32} & -a_{33} \end{pmatrix}$$

$$A + B = B + A$$

sčítání matic je komutativní

CVIČENÍ 4

Cvičení 4.1

Sečtěte/odečtěte, je-li to možné.

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{d) } \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{e) } \begin{pmatrix} x & 2x & 3x \\ 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x & -x & -2x \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & x & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{c) } \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{f) } \begin{pmatrix} a & a & a \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -a & -a & -a \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{g) } \begin{pmatrix} \log_9 3 & \log_8 4 & \log_5 5 \\ \log 1 & \log 2 & \log 3 \\ \log 2 & \log 1 & \log 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \log_9 27 & \log_8 16 & \log_5 25 \\ \log 10 & \log 50 & \log 1 \\ \log \sin \frac{\pi}{6} & \log 10 & \log \frac{1}{5} \end{pmatrix}$$

$$\text{h) } \begin{pmatrix} \sin \frac{\pi}{4} & \sin \frac{\pi}{2} & \sin \pi \\ \cos \frac{\pi}{4} & \cos \frac{\pi}{2} & \cos \pi \\ \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} & \operatorname{cotg} \frac{\pi}{2} & \operatorname{tg} \pi \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \cos \frac{3\pi}{4} & \cos 2\pi & 2 \cos \frac{\pi}{3} \\ \sin \frac{3\pi}{4} & \sin 2\pi & \sqrt{3} \sin \frac{\pi}{3} \\ \operatorname{tg} \frac{3\pi}{4} & \operatorname{tg} 2\pi & \sqrt{3} \operatorname{tg} \frac{\pi}{3} \end{pmatrix}$$

Cvičení 4.2

Na součtech matic $A + B$ a $B + A$ doložte komutativnost sčítání matic:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 2 & 4 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}.$$

Cvičení 4.3

Určete matici X tak, aby platilo:

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} + X = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 3 & 4 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} + X = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$c) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + X = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} - X$$

$$d) X + \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + X = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} - X$$

Cvičení 4.4

Určete hodnotu x tak, aby platilo:

$$\begin{pmatrix} x & 0 & 1 \\ 1 & x & 0 \\ 0 & 1 & x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2x & 0 & 0 \\ 0 & 2x & 0 \\ 0 & 0 & 2x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3\pi & 0 & 1 \\ 1 & 3\pi & 0 \\ 0 & 1 & 3\pi \end{pmatrix}.$$

Cvičení 4.5

Uvažujte šifrovací metodu popsanou ve Cv. 1.6. Klíčem je matice K :

$$K = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & -2 \end{pmatrix}$$

a) Dešifrujte:

$$\begin{pmatrix} R & J & D \\ R & N & T \\ X & J & K \end{pmatrix}$$

b) Zajiřfujte zprávu:

ZITRA U EVY

Cvičení 4.6

Stopa matice je definována jako součet prvků na hlavní diagonále čtvercové matice. Pro čtvercovou matici A stopu označujeme $Tr(A)$. Pro matice A a B ukař�te, ře platí:

$$Tr(A) + Tr(B) = Tr(A + B)$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \text{ a } B = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Cvičení 4.7

Sčítání modulo n ($n \in N$) je pro $a, b \in N$ definováno jako zbytek po dělení součtu $a + b$ číslem n . Takové sčítání označujeme $a \oplus b \equiv c \pmod{n}$. Příkladem uveďme $3 \oplus 2 \equiv 2 \pmod{3}$. Součet matic modulo n je definován obdobně jako součet matic, nicméně odpovídající si prvky matic sčítáme modulo n . Příkladem uveďme součet matic modulo 2:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \pmod{2}$$

Sečtěte postupně matice A a B modulo 2, 3, 4 a 5:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \text{ a } B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 5 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

NÁSOBENÍ MATIC REÁLNÝM ČÍSLEM

Nechť je dána matice $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$ a reálné číslo k . Matici

$$B = kA = k \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ka_{11} & ka_{12} & ka_{13} \\ ka_{21} & ka_{22} & ka_{23} \\ ka_{31} & ka_{32} & ka_{33} \end{pmatrix}$$

nazýváme k -násobkem matice A . Násobit matici reálným číslem znamená vynásobit tímto číslem všechny prvky dané matice.

CVIČENÍ 5

Cvičení 5.1

Jsou dány matice:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Vypočtete:

a) $-2A$ b) $3B$ c) $0C$ d) $\sqrt{2}B$ e) $2A + 3C$ f) $2(A + B + C)$ g) $\frac{A+B}{5}$

Cvičení 5.2

Vypočtete:

$$\text{a) } \pi \cdot \begin{pmatrix} \sin 0 & \cos 0 & \operatorname{tg} 0 \\ \sin \frac{\pi}{2} & \cos \frac{\pi}{2} & \operatorname{tg} 2\pi \\ \sin \pi & \cos \pi & \operatorname{tg} \pi \end{pmatrix} \quad \text{b) } \log 100 \cdot \begin{pmatrix} \ln e & \log_4 256 & \log 1000 \\ 2 \ln e^2 & \log 10 & \log_2 8 \\ 0 & 2 & 3\pi \end{pmatrix}$$

Cvičení 5.3

Na libovolném skaláru $k \in R$ ukažte, že platí:

$$\text{a) } k \cdot E = \begin{pmatrix} k & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 \\ 0 & 0 & k \end{pmatrix}, \text{ kde } E \text{ je jednotková matice typu } (3,3)$$

b) $k \cdot E + k \cdot O = k \cdot E$, kde E je jednotková a O je nulová matice typu $(3,3)$

Cvičení 5.4

Je-li $\operatorname{Tr}(A)$ stopa matice A (viz Cv. 4.6), ukažte, že pro matice A, B platí:

$$\text{a) } \text{Tr}(5A) = 5 \cdot \text{Tr}(A)$$

$$\text{b) } \text{Tr}(3A + 5B) = 3 \cdot \text{Tr}(A) + \text{Tr}(5B)$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \text{ a } B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Cvičení 5.5

Násobení modulo n ($n \in N$) je pro $a, b \in N$ definováno jako zbytek po dělení součinu $a \cdot b$ číslem n . Takový součin označujeme $a \odot b \equiv c \pmod{n}$. Příkladem uveďme $5 \odot 8 \equiv 1 \pmod{3}$. Vynásobit matice konstantou k modulo n ($n \in N$) znamená, že matici vynásobíme konstantou k dle definice a místo výsledků zapíšeme zbytky po dělení číslem n , jak je vidět na následujícím příkladu:

$$3 \odot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \pmod{4}.$$

Vynásobte modulo n , kde n nabývá postupně hodnot $n = 2, 3, 4, 5$:

$$4 \odot \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

Cvičení 5.6

Zjistěte matici X , platí-li:

$$3 \cdot \left(X + \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 12 & 4 \\ 12 & -4 & 4 \\ 4 & 4 & -12 \end{pmatrix} \right) = 2 \cdot \left(2X - 2 \cdot \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix} \right)$$

ŘEŠENÍ 4

Cvičení 4.1

$$\text{a)} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 4 \\ 6 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{d)} \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\text{g)} \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & \log 3 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{b)} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\text{e)} \begin{pmatrix} 2x & x & x \\ 4 & 4 & 4 \\ 1 & 1+x & x \end{pmatrix}$$

$$\text{h)} \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ \sqrt{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

c) nelze sečíst

$$\text{f)} \begin{pmatrix} 2a & 2a & 2a \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Cvičení 4.2

$$A + B = B + A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 5 & -1 & 2 \\ 2 & 5 & -2 \end{pmatrix}$$

Cvičení 4.3

$$\text{a)} X = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 2 \\ 4 & -3 & 4 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{c)} X = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} & \frac{3}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{b)} X = \begin{pmatrix} -1 & 4 & 0 \\ 2 & -1 & -4 \\ -5 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{d)} X = \begin{pmatrix} -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ \frac{2}{3} & 0 & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

Cvičení 4.4

$$x = \pi$$

Cvičení 4.5

a) SIFROVANI

$$\text{b)} \begin{pmatrix} 21 & 9 & 8 \\ 19 & 17 & 25 \\ 4 & 19 & 8 \end{pmatrix}$$

Cvičení 4.6

$$\text{Tr}(A) + \text{Tr}(B) = \text{Tr}(A + B) = 5$$

Cvičení 4.7

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ mod } 2$$

$$\text{c) } \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix} \text{ mod } 4$$

$$\text{b) } \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} \text{ mod } 3$$

$$\text{d) } \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & 4 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix} \text{ mod } 5$$

ŘEŠENÍ 5

Cvičení 5.1

$$\text{a) } \begin{pmatrix} -2 & 0 & -2 \\ -4 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\text{d) } \begin{pmatrix} \sqrt{2} & 0 & -\sqrt{2} \\ 0 & 0 & 2\sqrt{2} \\ 3\sqrt{2} & 0 & \sqrt{2} \end{pmatrix}$$

$$\text{f) } \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 6 & 0 & 6 \\ 10 & 4 & 8 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } \begin{pmatrix} 3 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 6 \\ 9 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\text{g) } \begin{pmatrix} \frac{2}{5} & 0 & 0 \\ \frac{2}{5} & -\frac{1}{5} & \frac{2}{5} \\ \frac{2}{5} & 0 & \frac{2}{5} \end{pmatrix}$$

$$\text{c) } \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{e) } \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 7 & 1 & 3 \\ 6 & 6 & 8 \end{pmatrix}$$

Cvičení 5.2

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 0 & \pi & 0 \\ \pi & 0 & 0 \\ 0 & -\pi & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } \begin{pmatrix} 2 & 8 & 6 \\ 8 & 2 & 6 \\ 0 & 4 & 6\pi \end{pmatrix}$$

Cvičení 5.3

Důkazy jsou zřejmé.

Cvičení 5.4

$$\text{a) } \text{Tr}(5 \cdot A) = 5 \cdot \text{Tr}(A) = 10$$

$$\text{b) } \text{Tr}(3A + 5B) = 3 \cdot \text{Tr}(A) + \text{Tr}(5B) = 11$$

Cvičení 5.5

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{mod} 2$$

$$\text{c) } \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{mod} 4$$

$$\text{b) } \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \text{mod} 3$$

$$\text{d) } \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & 4 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \text{mod} 5$$

Cvičení 5.6

$$X = \begin{pmatrix} 10 & 10 & 18 \\ 6 & 2 & 10 \\ 14 & 10 & -30 \end{pmatrix}$$

Doporučená a použitá literatura:

- [1] Dolciani, M. P., Berman, S. L., Wooton, W.: *Modern algebra and trigonometry*. Thomas Nelson & Sons Limited, Ontario 1964.
- [2] Bartsch, H. J.: *Matematické vzorce*. Academia, Praha 2006. ISBN 80-200- 1448-9.
- [3] Knichal, V., Bašta, A., Pišl, M., Rektorys, K.: *Matematika I*. SNTL, Praha 1965.
- [4] Holenda, J.: *O maticích*. Vydavatelský servis, Plzeň 2007. ISBN 978-80-86843-16-2.

Poučení o autorských právech:

Materiál je určen pro bezplatné užívání pro potřebu výuky a vzdělávání na všech typech škol a školských zařízení. Jakékoliv další využití podléhá autorskému zákonu.

Dílo smí být dále šířeno pod licencí CC BY-SA (www.creativecommons.cz).