



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Digitální učební materiál

Číslo projektu	CZ.1.07/1.5.00/34.0802
Název projektu	Zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
Číslo a název šablony klíčové aktivity	III/2 – Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
Příjemce podpory	Gymnázium, Jevíčko, A. K. Vitáka 452

Název DUMu	Druhá osmička úloh
Název dokumentu	VY_32_INOVACE_14_06
Pořadí DUMu v sadě	6
Vedoucí skupiny/sady	RNDr. Dag Hrubý
Datum vytvoření	8. února 2013
Jméno autora	Dag Hrubý
e-mailový kontakt na autora	hruby@gymjev.cz
Ročník studia	3.
Předmět nebo tematická oblast	Seminář z matematiky – Matice a determinanty
Výstižný popis způsobu využití materiálu ve výuce	Materiál obsahuje osm typických úloh týkajících se základních operací s maticemi typu (3,3) (sčítání, odčítání, k-násobek a součin matic stejného typu). Součástí materiálu je i řešení úloh a slovní hodnocení zvládnutí dané problematiky. Inovace: Text je sázen v LaTeXu, čímž jsou podpořeny ICT. Za inovaci lze považovat původní příklady a ne příliš obvyklé sebehodnocení žáků.

OSMIČKA ÚLOH

Na vypracování následujících osmi úloh by vám mělo stačit 45 minut. Z výsledku můžete odhadnout, jak se orientujete v oblasti početních operací s maticemi typu (3,3). Pracujte bez nahlízení do výsledků a dodržujte stanovený čas. Po vypracování všech osmi úloh vaše výsledky opravte dle řešení níže a za správné odpovědi přidělte body uvedené v závorce u každé úlohy. Pro zhodnocení vašich znalostí vám může pomoci i slovní hodnocení v závěru.

Přejeme vám hodně štěstí při vypracování testu vašich znalostí!

Cvičení 1

(2 body)

Zjistěte následující součet, je-li N je nulová a E jednotková matice typu (3,3):

$$N \cdot E + E + N$$

Cvičení 2

(2 body)

Vypočtěte:

$$-2 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Cvičení 3

(2 body)

Vynásobte matice:

$$5 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Cvičení 4

(2 body)

Ukažte, že matice A^{-1} je inverzní maticí k matici A , tj. platí $A \cdot A^{-1} = E$:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix} \quad A^{-1} = \begin{pmatrix} 6 & 1 & -4 \\ 3 & 1 & -2 \\ -4 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

Cvičení 5

(3 body)

Určete matici X , víte-li, že platí:

$$3 \cdot A + 2 \cdot A^T + X = N, \text{ kde } A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Cvičení 6

(3 body)

Zjistěte zda existují hodnoty $a, b, c \in \mathbb{R}$ tak, aby platilo:

$$\begin{pmatrix} a & 3 & 2 \\ 0 & 0 & b \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 7 \\ 4 & 0 & 0 \\ c & b & a \end{pmatrix}$$

Cvičení 7

(3 body)

Na matici X ukažte, že platí:

$$(X - E) \cdot (X + 2E) = X^2 + EX - 2E, \text{ kde}$$

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ a } E \text{ je jednotková matice typu } (3,3)$$

Cvičení 8

(3 body)

Vypočtěte A^3 , jestliže

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

VYHODNOCENÍ**20 - 16 bodů**

Vaše znalosti z oblasti sčítání, odčítání a násobení matic typu (3,3) jsou výborné. Gratulujieme! Bez výhrad můžeme doporučit pokračování ve studiu lineární algebry.

15 - 8 bodů

Vaše znalosti z oblasti sčítání, odčítání a násobení matic jsou průměrné. Zvažte, zda jste udělali pouze početní chyby, nebo zda jste zaváhali v některé početní operaci s maticemi. V druhém případě doporučujeme vrátit se k příslušné kapitole a znalosti doplnit.

7 - 0 bodů

Vaše znalosti z oblasti sčítání, odčítání a násobení matic jsou nedostatečné. Vratte se k předchozímu textu i úlohám a cvičením a příslušné pasáže dostudujte! Bez doplnění vašich znalostí nemá smysl pokračovat v dalším studiu lineární algebry. Věříme, že to zvládnete!

ŘEŠENÍ

$$1. E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$2. \begin{pmatrix} -5 & 10 & 15 \\ 10 & 5 & 30 \\ 5 & 15 & -25 \end{pmatrix}$$

$$3. \begin{pmatrix} -2 & -5 & -8 \\ -3 & -4 & -4 \\ 2 & -6 & -7 \end{pmatrix}$$

$$4. \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 6 & 1 & -4 \\ 3 & 1 & -2 \\ -4 & -1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$5. X = \begin{pmatrix} -5 & -4 & 0 \\ -6 & -15 & 0 \\ 0 & 0 & -5 \end{pmatrix}$$

6. Ano, existují: $a = 1; b = 2ac = 5.$

$$7. (X - E) \cdot (X + 2E) = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 6 \\ 3 & -2 & 6 \\ 3 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$8. A^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 6 & 0 & 3 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Doporučená a použitá literatura:

- [1] Dolciani, M. P., Berman, S. L., Wooton, W.: *Modern algebra and trigonometry*. Thomas Nelson & Sons Limited, Ontario 1964.
- [2] Bartsch, H. J.: *Matematické vzorce*. Academia, Praha 2006. ISBN 80-200- 1448-9.
- [3] Knichal, V., Bašta, A., Pišl, M., Rektorys, K.: *Matematika I.* SNTL, Praha 1965.
- [4] Holenda, J.: *O maticích*. Vydavatelský servis, Plzeň 2007. ISBN 978-80-86843-16-2.

Poučení o autorských právech:

Materiál je určen pro bezplatné užívání pro potřebu výuky a vzdělávání na všech typech škol a školských zařízení. Jakékoli další využití podléhá autorskému zákonu.

Dílo smí být dále šířeno pod licencí CC BY-SA (www.creativecommons.cz).