



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Digitální učební materiál

Číslo projektu	CZ.1.07/1.5.00/34.0802
Název projektu	Zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
Číslo a název šablony klíčové aktivity	III/2 – Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
Příjemce podpory	Gymnázium, Jevíčko, A. K. Vitáka 452

Název DUMu	Cvičení ke kapitole Základní operace s maticemi typu (m,n)
Název dokumentu	VY_32_INOVACE_14_08
Pořadí DUMu v sadě	8
Vedoucí skupiny/sady	RNDr. Dag Hrubý
Datum vytvoření	4. března 2013
Jméno autora	Dag Hrubý
e-mailový kontakt na autora	hruby@gymjev.cz
Ročník studia	3.
Předmět nebo tematická oblast	Seminář z matematiky – Matice a determinanty
Výstižný popis způsobu využití materiálu ve výuce	Materiál obsahuje větší množství původních příkladů z lineární algebry – konkrétně se jedná o příklady věnující se sčítání, odčítání a násobení matic typu (m,n) a násobek matice (m,n) reálným číslem. Inovace: Text je sázen v LaTeXu, čímž jsou podpořeny ICT. Za inovaci lze považovat rovněž větší množství původních příkladů z lineární algebry.

CVIČENÍ 7 Pokračování

Cvičení 7.3

Určete matici X tak, aby platilo:

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + X = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + X = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{c) } (1 \ -1 \ 0 \ 4) + X = (2 \ 3 \ 0 \ 4)$$

$$\text{d) } \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + X = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{e) } \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + X = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{f) } (1 \ 3 \ -1) + (0 \ -1 \ 2) + X = (1 \ 0 \ 3)$$

$$\text{g) } \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + X + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 6 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\text{h) } \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 4 \\ 2 & 0 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 0 & 2 \\ 4 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} + X + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{ch) } \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} + X + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} - X - \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{i) } \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} + X + \begin{pmatrix} \pi & 1 & 2 \\ 3 & \pi & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 1 \end{pmatrix} + X$$

$$\text{j) } \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} + X = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} - X$$

Cvičení 7.4

Určete hodnoty x, y tak, aby platilo:

$$\text{a) } \begin{pmatrix} x & y & 2x - y \\ y & 2 & 2y + x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 3 & x - 2 \\ x & 3 & -y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y + 1 & 2x & y - 1 \\ y + 5 & 5 & x + y \end{pmatrix}.$$

$$\text{b) } \begin{pmatrix} x & x & x & y \\ y & 2y & 3y & x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} y & 2y & 3y & x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 8 & 11 & 5 \end{pmatrix}.$$

Cvičení 7.5

Jsou dány matice:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & 0 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Vypočtete:

$$\text{a) } -2A \quad \text{b) } 3B \quad \text{c) } 0C \quad \text{d) } \sqrt{2}B \quad \text{e) } 2A + 3C \quad \text{f) } 2(A + B + C) \quad \text{g) } \frac{A+B}{5}$$

Cvičení 7.6

Vypočtete:

$$\text{a) } \log 100 \cdot \begin{pmatrix} \ln e & \log_4 256 & \log 1 \\ 2 \ln e^6 & \log 100 & \log_2 32 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } \operatorname{tg} 0 \cdot \pi \cdot \begin{pmatrix} \cos 0 \\ \cos \frac{\pi}{2} \\ \cos \pi \\ \cos \frac{3}{2}\pi \\ \cos 2\pi \end{pmatrix}$$

$$\text{c) } \left(\log \frac{1}{10} + \log \frac{1}{100} \right) \cdot \begin{pmatrix} \log \frac{1}{10} \\ \log \frac{1}{100} \end{pmatrix}$$

Cvičení 7.7

Určete x a y tak, aby platilo:

$$\text{a) } \begin{pmatrix} x^2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 2x & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 7 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } 2 \begin{pmatrix} \log x & \log 10 & e \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \log 4 & \log 10 & 2e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \log 4 & 3 & 4e \end{pmatrix}$$

$$\text{c) } 3 \begin{pmatrix} x & y \\ 2y & 3y \\ 2 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 7 \\ 12 & 20 \\ 9 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{d) } 5 \begin{pmatrix} x \\ y \\ 2x \end{pmatrix} + 4 \begin{pmatrix} y \\ 2x \\ 3y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6y + 2 \\ 8y + 4 \\ 68 \end{pmatrix}$$

Cvičení 7.8

Rozhodněte, které z matic A, B, C, D jsou k -násobky matice M :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -6 & 24 \\ -3 & 88 & -9 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} -8 & 24 & -96 \\ 12 & -352 & 36 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 12 \\ -\frac{3}{2} & 44 & -4,5 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 20 & -60 & 240 \\ -30 & 880 & -90 \end{pmatrix}$$

$$M = \begin{pmatrix} 6 & -18 & 72 \\ -9 & 264 & -27 \end{pmatrix}$$

Cvičení 7.9

Vynásobte matice, je-li to možné:

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{f) } (\log 5 \quad \log 2 \quad \log 10) \cdot \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ 1 & \frac{1}{2} \\ 1 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{g) } \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{c) } \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot (1 \quad 2 \quad 3)$$

$$\text{h) } \begin{pmatrix} \ln e & 2 \ln e & 3 \ln e \\ \ln \sqrt{e} & \ln e & \ln e^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{d) } (1 \quad 2 \quad 3) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\text{ch) } (1 \quad 2 \quad 0 \quad -1) \cdot \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{e) } \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{i) } \begin{pmatrix} \sin \frac{\pi}{6} & \cos \frac{\pi}{2} \\ \sin \frac{\pi}{3} & \cos \frac{\pi}{3} \\ \sin \frac{\pi}{2} & \cos \frac{\pi}{6} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 2\sqrt{3} & 0 \\ 2\sqrt{3} & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Cvičení 7.10

Na maticích A a B doložte, že násobení matic není komutativní, tj., že neplatí $A \cdot B = B \cdot A$.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix} \text{ a } B = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 2 & 1 \\ \frac{1}{3} & 3 & 3 \\ \frac{1}{4} & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

ŘEŠENÍ 7 Pokračování

Cvičení 7.3

a) $X = \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ 2 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

e) $X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -5 & -2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$

h) $\begin{pmatrix} -1 & 1 & -2 & -6 \\ -2 & -2 & -2 & -3 \\ -4 & -3 & -2 & -6 \\ -8 & -5 & -2 & -1 \end{pmatrix}$

b) $X = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 3 \\ 3 & 0 & -2 \end{pmatrix}$

f) $X = (0 \quad -2 \quad 2)$

ch) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -\frac{7}{2} & -\frac{3}{2} \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$

c) $X = (1 \quad 4 \quad 0 \quad 0)$

d) $X = \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ 0 & -2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

g) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

i) takové X neexistujej) takové X neexistuje

Cvičení 7.4

a) $x = 5, y = 7$

b) $x = 2, y = 3$

Cvičení 7.5

a) $\begin{pmatrix} -2 & 0 & 6 \\ -4 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 0 & 2\sqrt{2} & \sqrt{2} \\ -\sqrt{2} & -2\sqrt{2} & 0 \end{pmatrix}$

f) $\begin{pmatrix} 4 & 4 & -4 \\ 2 & -4 & -2 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 0 & 6 & 3 \\ -3 & -6 & 0 \end{pmatrix}$

g) $\begin{pmatrix} \frac{1}{5} & \frac{2}{5} & -\frac{2}{5} \\ \frac{1}{5} & -\frac{3}{5} & 0 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

e) $\begin{pmatrix} 5 & 0 & -6 \\ 4 & 1 & -3 \end{pmatrix}$

Cvičení 7.6

a) $\begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 \\ 24 & 20 & 10 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix}$

Cvičení 7.7

a) $x = -2$

b) $x = -1$

c) $x = -1; y = 2$

d) $x = 2; y = 4$

Cvičení 7.8

Násobky matice M jsou matice A, B, D

Cvičení 7.9

a) $\begin{pmatrix} 7 & 9 \\ 6 & 6 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix}$

d) (14)

e) $\begin{pmatrix} 7 & 4 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 7 & 4 & 3 & 3 \end{pmatrix}$

f) $(2 \ 1)$

g) $\begin{pmatrix} 10 & 14 & 20 & 7 \\ 4 & 8 & 8 & 3 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

h) $\begin{pmatrix} 10 & 5 \\ 5,5 & 3 \end{pmatrix}$

ch) Nelze znásobit.

i) $\begin{pmatrix} 1 & \sqrt{3} & 0 \\ 2\sqrt{3} & 4 & \frac{1}{2} \\ 5 & 3\sqrt{3} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}$

Cvičení 7.10

Součin $B \cdot A$ nelze spočítat, zatímco součin $A \cdot B$ ano.

Doporučená a použitá literatura:

- [1] Dolciani, M. P., Berman, S. L., Wooton, W.: *Modern algebra and trigonometry*. Thomas Nelson & Sons Limited, Ontario 1964.
- [2] Bartsch, H. J.: *Matematické vzorce*. Academia, Praha 2006. ISBN 80-200-1448-9.
- [3] Knichal, V., Bašta, A., Pišl, M., Rektorys, K.: *Matematika I*. SNTL, Praha 1965.
- [4] Holenda, J.: *O maticích*. Vydavatelský servis, Plzeň 2007. ISBN 978-80-86843-16-2.

Poučení o autorských právech:

Materiál je určen pro bezplatné užívání pro potřebu výuky a vzdělávání na všech typech škol a školských zařízení. Jakékoliv další využití podléhá autorskému zákonu.

Dílo smí být dále šířeno pod licencí CC BY-SA (www.creativecommons.cz).