



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Digitální učební materiál

Číslo projektu	CZ.1.07/1.5.00/34.0802
Název projektu	Zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
Číslo a název šablony klíčové aktivity	III/2 – Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
Příjemce podpory	Gymnázium, Jevíčko, A. K. Vitáka 452

Název DUMu	Třetí osmička úloh
Název dokumentu	VY_32_INOVACE_14_11
Pořadí DUMu v sadě	11
Vedoucí skupiny/sady	RNDr. Dag Hrubý
Datum vytvoření	7. března 2013
Jméno autora	Dag Hrubý
e-mailový kontakt na autora	hruby@gymjev.cz
Ročník studia	3.
Předmět nebo tematická oblast	Seminář z matematiky – Matice a determinanty
Výstižný popis způsobu využití materiálu ve výuce	Materiál obsahuje osm typických úloh týkajících se základních operací s maticemi typu (m,n) (sčítání, odčítání, k -násobek a součin matic), inverzní matice a hodnoty matice. Součástí materiálu je i řešení úloh a slovní hodnocení zvládnutí dané problematiky. Inovace: Text je sázen v LaTeXu, čímž jsou podpořeny ICT. Za inovaci lze považovat původní příklady a ne příliš obvyklé sebehodnocení žáků.

OSMIČKA ÚLOH

Na vypracování následujících osmi úloh by vám mělo stačit 45 minut. Z výsledku můžete odhadnout, jak se orientujete v oblasti početních operací s maticemi typu (m, n) . Pracujte bez nahlížení do výsledků a dodržujte stanovený čas. Po vypracování všech osmi úloh vaše výsledky opravte dle řešení níže a za správné odpovědi přiřďte body uvedené v závorce u každé úlohy. Pro zhodnocení vašich znalostí vám může pomoci i slovní hodnocení v závěru.

Přejeme vám hodně štěstí při vypracování testu vašich znalostí!

Cvičení 1 (2 body)

Vyberte, které početní operace $A + B$, $A \cdot B$, $5(A \cdot B)$, $C \cdot B$, $B \cdot A$, $D \cdot C + B$ jsou možné s maticemi:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \text{ a } D = (1 \ 1 \ 2)$$

Cvičení 2 (2 body)

Jsou dány matice A a B :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ a } B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 4 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Zjistěte součin $A \cdot B$ a $B^T \cdot A^T$ a porovnejte výsledky.

Cvičení 3 (2 body)

Určete hodnotu matice A : $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 3 \\ 6 & 5 & 3 & 8 \\ -5 & -5 & 1 & 11 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

Cvičení 4 (3 body)

K matici A určete inverzní matici A^{-1} :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 6 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Cvičení 5 (2 body)

Upravte matici A do diagonální matice (Diagonální matice má výjma hlavní diagonály samé 0):

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 3 \\ 6 & 5 & 3 & 8 \\ -5 & -5 & 1 & 11 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Cvičení 6

(3 body)

Určete následující součet, je-li $h(A)$ hodnost matice $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$:

$$h(A) \cdot A + A^2$$

Cvičení 7

(3 body)

Při konspiraci byla zadržena šifra i klíč v podobě matic. Pokuste se šifru dešifrovat (uvažujte českou abecedu s 27 písmeny):

$$\text{šifra: } \begin{pmatrix} 27 & 9 & 21 & 3 \\ 15 & 12 & 6 & 9 \\ 15 & 24 & 12 & 21 \end{pmatrix} \quad \text{klíč: } \begin{pmatrix} 7 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 5 & 5 \\ 10 & 4 & 7 & 0 \end{pmatrix}$$

Cvičení 8

(3 body)

Určete hodnoty x, y tak, aby platilo:

$$\begin{pmatrix} x & 2x \\ y & 3x + y \\ 3 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} y & -y \\ 2x & y \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 7 & 12 \\ x + y & 2 \end{pmatrix}$$

VYHODNOCENÍ**20 - 16 bodů**

Vaše znalosti z oblasti sčítání, odčítání a násobení matic typu (m,n) jsou výborné. Gratulujeme! Bez výhrad můžeme doporučit pokračování ve studiu lineární algebry.

15 - 8 bodů

Vaše znalosti z oblasti sčítání, odčítání a násobení matic jsou průměrné. Zvažte, zda jste udělali pouze početní chyby, nebo zda jste zaváhali v některé početní operaci s maticemi. V druhém případě doporučujeme vrátit se k příslušné kapitole a znalosti doplnit.

7 - 0 bodů

Vaše znalosti z oblasti sčítání, odčítání a násobení matic jsou nedostatečné. Vraťte se k předchozímu textu i úlohám a cvičením a příslušné pasáže dostudujte! Bez doplnění vašich znalostí nemá smysl pokračovat v dalším studiu lineární algebry. Věříme, že to zvládnete!

ŘEŠENÍ

1. Možné operace jsou: $A \cdot B$; $5 \cdot (A \cdot B)$; $C \cdot B$.

2. $A \cdot B = B^T \cdot A^T = \begin{pmatrix} 11 & 12 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

3. $h(A) = 4$.

4. $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 18 & -3 & 1 \\ -2 & \frac{1}{3} & 0 \end{pmatrix}$

5. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 3 \\ 6 & 5 & 3 & 8 \\ -5 & -5 & 1 & 11 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{23}{3} \end{pmatrix}$

6. $h(A) \cdot A + A^2 = 3 \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 3 & 2 \\ 2 & 6 & 0 \\ 2 & 0 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & 3 & 5 \\ 2 & 6 & 6 \\ 5 & 9 & 7 \end{pmatrix}$:

7. $\begin{pmatrix} 27 & 9 & 21 & 3 \\ 15 & 12 & 6 & 9 \\ 15 & 24 & 12 & 21 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 7 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 5 & 5 \\ 10 & 4 & 7 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 & 9 & 19 & 1 \\ 15 & 12 & 1 & 4 \\ 5 & 20 & 5 & 21 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} S & CH & R & A \\ N & K & A & D \\ E & S & E & T \end{pmatrix}$

8. $x = 2$ a $y = 3$

Doporučená a použitá literatura:

- [1] Dolciani, M. P., Berman, S. L., Wooton, W.: *Modern algebra and trigonometry*. Thomas Nelson & Sons Limited, Ontario 1964.
- [2] Bartsch, H. J.: *Matematické vzorce*. Academia, Praha 2006. ISBN 80-200- 1448-9.
- [3] Knichal, V., Bašta, A., Pišl, M., Rektorys, K.: *Matematika I*. SNTL, Praha 1965.
- [4] Holenda, J.: *O maticích*. Vydavatelský servis, Plzeň 2007. ISBN 978-80-86843-16-2.

Poučení o autorských právech:

Materiál je určen pro bezplatné užívání pro potřebu výuky a vzdělávání na všech typech škol a školských zařízení. Jakékoliv další využití podléhá autorskému zákonu.

Dílo smí být dále šířeno pod licencí CC BY-SA (www.creativecommons.cz).