



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Digitální učební materiál

Číslo projektu	CZ.1.07/1.5.00/34.0802
Název projektu	Zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
Číslo a název šablony klíčové aktivity	III/2 – Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
Příjemce podpory	Gymnázium, Jevíčko, A. K. Vitáka 452

Název DUMu	Čtvrtá osmička úloh
Název dokumentu	VY_32_INOVACE_14_15
Pořadí DUMu v sadě	15
Vedoucí skupiny/sady	RNDr. Dag Hrubý
Datum vytvoření	3. dubna 2013
Jméno autora	Dag Hrubý
e-mailový kontakt na autora	hruby@gymjev.cz
Ročník studia	3.
Předmět nebo tematická oblast	Seminář z matematiky – Matice a determinanty
Výstižný popis způsobu využití materiálu ve výuce	Materiál obsahuje osm typických úloh týkajících se výpočtů determinantů druhého, třetího a vyšších stupňů. Součástí materiálu je i řešení úloh a slovní hodnocení zvládnutí dané problematiky. Inovace: Text je sázen v LaTeXu, čímž jsou podpořeny ICT. Za inovaci lze považovat původní příklady a ne příliš obvyklé sebehodnocení žáků.

OSMIČKA ÚLOH

Na vypracování následujících osmi úloh by vám mělo stačit 45 minut. Z výsledku můžete odhadnout, jak se orientujete v oblasti výpočtu determinantů. Pracujte bez nahlížení do výsledků a dodržujte stanovený čas. Po vypracování všech osmi úloh vaše výsledky opravte dle řešení níže a za správné odpovědi přidejte body uvedené v závorce u každé úlohy. Pro zhodnocení vašich znalostí vám může pomoci i slovní hodnocení v závěru.

Přejeme vám hodně štěstí při vypracování testu vašich znalostí!

Cvičení 1

(2 body)

Vypočtete $\det A$, jestliže:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Cvičení 2

(2 body)

Vypočtete x z rovnice::

$$\begin{vmatrix} 2^{3x-4} & 8^{-x} \\ 16 & 2^{10-2x} \end{vmatrix} = 0$$

Cvičení 3

(2 body)

Řešte rovnici s neznámou m :

$$\begin{vmatrix} m & m & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

Cvičení 4

(3 body)

Vypočtete determinant matice A :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Cvičení 5

(3 body)

Laplaceovým rozvojem vypočtete determinant 4. řádu:

$$\begin{vmatrix} 1 & a & b & c+d \\ 1 & b & c & d+a \\ 1 & c & d & a+b \\ 1 & d & a & b+c \end{vmatrix}$$

Cvičení 6

(2 body)

Za jakých podmínek bude determinant matice A větší než determinant matice B ?

$$A = \begin{pmatrix} a & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$$

Cvičení 7

(3 body)

Řešte následující nerovnici:

$$\begin{vmatrix} x^2 & 4 & 9 \\ x & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} > 0$$

Cvičení 8

(3 body)

Vypočítejte determinant matice A a determinant matice inverzní A^{-1} a výsledky srovnejte:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 3 & 0 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

VYHODNOCENÍ**20 - 16 bodů**

Vaše znalosti z oblasti výpočtů determinantů jsou výborné. Gratulujeme! Bez výhrad můžeme doporučit pokračování ve studiu lineární algebry.

15 - 8 bodů

Vaše znalosti z oblasti výpočtů determinantů jsou průměrné. Zvažte, zda jste udělali pouze početní chyby, nebo zda jste zaváhali v některém výpočtu. V druhém případě doporučujeme vrátit se k příslušné kapitole a znalosti doplnit.

7 - 0 bodů

Vaše znalosti z oblasti výpočtů determinantů jsou nedostatečné. Vraťte se k předchozímu textu i úlohám a cvičením a příslušné pasáže dostudujte! Bez doplnění vašich znalostí nemá smysl pokračovat v dalším studiu lineární algebry. Věříme, že to zvládnete!

ŘEŠENÍ

1. $|A| = -5$.

2. $x = -\frac{1}{2}$.

3. $m = 2$.

4. $|A| = -3$.

5.
$$\begin{vmatrix} 1 & a & b & c+d \\ 1 & b & c & d+a \\ 1 & c & d & a+b \\ 1 & d & a & b+c \end{vmatrix} = 0$$

6. $a < 3$

7. $x \in (2, 3)$

8. $|A| = 3; |A^{-1}| = \frac{1}{3}$.

Doporučená a použitá literatura:

- [1] Dolciani, M. P., Berman, S. L., Wooton, W.: *Modern algebra and trigonometry*. Thomas Nelson & Sons Limited, Ontario 1964.
- [2] Bartsch, H. J.: *Matematické vzorce*. Academia, Praha 2006. ISBN 80-200-1448-9.
- [3] Knichal, V., Bašta, A., Pišl, M., Rektorys, K.: *Matematika I*. SNTL, Praha 1965.
- [4] Holenda, J.: *O maticích*. Vydavatelský servis, Plzeň 2007. ISBN 978-80-86843-16-2.

Poučení o autorských právech:

Materiál je určen pro bezplatné užívání pro potřebu výuky a vzdělávání na všech typech škol a školských zařízení. Jakékoliv další využití podléhá autorskému zákonu.

Dílo smí být dále šířeno pod licencí CC BY-SA (www.creativecommons.cz).