



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Digitální učební materiál

Číslo projektu	CZ.1.07/1.5.00/34.0802
Název projektu	Zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
Číslo a název šablony klíčové aktivity	III/2 – Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
Příjemce podpory	Gymnázium, Jevíčko, A. K. Vitáka 452

Název DUMu	Výrazy s mocninami a odmocninami
Název dokumentu	VY_32_INOVACE_15_02
Pořadí DUMu v sadě	2
Vedoucí skupiny/sady	Petr Mikulášek
Datum vytvoření	8.1.2013
Jméno autora	Petr Mikulášek
e-mailový kontakt na autora	mikulasek@gymjev.cz
Ročník studia	4
Předmět nebo tematická oblast	Matematický seminář
Výstižný popis způsobu využití materiálu ve výuce	Materiál pro přípravu na společnou část maturitní zkoušky z matematiky. Inovace: využití ICT, mediální techniky.



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Výrazy s mocninami a odmocninami

Mocniny

Pro každé reálné číslo a a pro každé přirozené číslo n platí $a^n = a.a....a$, přičemž v součinu je n činitelů.

Výraz a^n ... n -tá mocnina čísla a .

a je základ mocniny (mocněnec),

n se nazývá mocnitel (exponent).

$$\forall a \in \mathbb{R}; a \neq 0: a^0 = 1$$

$$\forall a \in \mathbb{R}, a \neq 0: a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n = \frac{1}{a^n};$$

$$\forall a \in \mathbb{R}, a > 0, \forall r \in \mathbb{Z}, \forall s \in \mathbb{N}: a^{\frac{r}{s}} = \sqrt[s]{a^r}$$

$$\forall a, b \in \mathbb{R}, \forall r, s \in \mathbb{N}: a^r \cdot a^s = a^{r+s}, \quad \left(a^r\right)^s = a^{rs}, \quad a^r : a^s = a^{r-s}, \quad a \neq 0, r > s$$

$$\left(a^r\right)^s = a^r \cdot b^r, \quad \left(\frac{a}{b}\right)^r = \frac{a^r}{b^r}, \quad b \neq 0$$

Binomická věta: Pro všechna čísla a, b a každé přirozené číslo n platí:

$$\left(a + b\right)^n = \binom{n}{0} a^n b^0 + \binom{n}{1} a^{n-1} b^1 + \binom{n}{2} a^{n-2} b^2 + \dots + \binom{n}{n} a^0 b^n.$$

$$\text{k-tý člen binomického rozvoje je } \binom{n}{k-1} a^{n-(k-1)} b^{k-1}.$$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Odmocniny

$$\forall a, b \in R_0^+, \forall n \in N : \sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a$$

$\sqrt[n]{a}$... n -tá odmocnina z čísla a

a je základ odmocniny (odmocněnec),

n se nazývá odmocnitel

$$\forall a, b \in R_0^+; \forall m, n, p \in N :$$

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab} ;$$

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}, b \neq 0 ; \quad \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a} ; \quad \sqrt[n]{a} = \sqrt[n \cdot p]{a^p} ; \quad \sqrt[n \cdot p]{a^{m \cdot p}} = \sqrt[n]{a^m}$$

Usměrnění zlomků

znamená ze jmenovatele zlomku odstranit odmocninu.

$$\text{a) } \frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a}{\sqrt{b}} \cdot \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{b}$$

$$\text{b) } \frac{a}{\sqrt{b} + \sqrt{c}} = \frac{a}{\sqrt{b} + \sqrt{c}} \cdot \frac{\sqrt{b} - \sqrt{c}}{\sqrt{b} - \sqrt{c}} = \frac{a(\sqrt{b} - \sqrt{c})}{b - c}$$

$$\text{c) } \frac{a}{\sqrt[3]{b}} = \frac{a}{\sqrt[3]{b}} \cdot \frac{\sqrt[3]{b^2}}{\sqrt[3]{b^2}} = \frac{a\sqrt[3]{b^2}}{b}$$

Částečné odmocňování – je-li $n < m$, lze odmocninu $\sqrt[n]{a^m}$ částečně odmocnit.

$$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n]{a^{n+(m-n)}} = \sqrt[n]{a^n \cdot a^{m-n}} = \sqrt[n]{a^n} \cdot \sqrt[n]{a^{m-n}} = |a| \cdot \sqrt[n]{a^{m-n}}$$

Absolutní hodnota reálného čísla

$$\text{Je-li } a \geq 0 \Rightarrow |a| = a ,$$

$$\text{je-li } a < 0 \Rightarrow |a| = -a$$

Je rovna vzdálenosti obrazu tohoto čísla na číselné ose od počátku.

$$\text{Platí } \sqrt{a^2} = |a|$$



evropský
sociální
fond v ČR



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

PŘÍKLADY:

1. Upravte:

$$a) \frac{x^2 y^3}{x^3 y}, \quad b) \frac{y^2 \sqrt{y}}{y^3 \sqrt{y}}, \quad c) \frac{x^2 x^3}{x^4 x^{-1}}$$

2. Předpokládejme, že x je kladné reálné číslo. Která rovnost neplatí?

$$A) \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}}{x}, \quad B) \frac{1}{\sqrt[3]{x}} = \frac{\sqrt[3]{x}}{x}, \quad C) \frac{1}{\sqrt[3]{x}} = \frac{\sqrt[3]{x^2}}{x}, \quad D) \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} = \frac{\sqrt[3]{x}}{x}$$

3. Upravte:

$$a) \left(\frac{y}{x^2}\right)^3 : \left(\frac{y^2}{x^3}\right)^2, \quad b) \frac{2y}{y}, \quad c) \frac{x\sqrt{x}}{\sqrt{x^5}}$$

4. Určete co platí pro definiční obory následujících výrazů: $f(x) = \sqrt{x^2}$, $g(x) = \sqrt{x^2}$.

$$A) D_f = D_g, \quad B) D_f \subset D_g, \quad C) D_f \supset D_g, \quad D) D_f \cap D_g = \emptyset$$

5. V pravoúhlém trojúhelníku je druhá odvěsna třikrát větší než první odvěsna. Vyjádřete velikost přepony c pomocí menší z odvěsen a .

6. Čemu se rovná $\sqrt{a^2}$, jestliže $a \in \mathbb{R}$?

$$A) -a, \quad B) a, \quad C) |a|, \quad D) -|a|$$

7. Pro která y lze výraz $\frac{y^2 - 1}{\sqrt{y^2 - 2y + 1}}$ upravit na tvar $y + 1$?

$$A) \text{ pro všechna } y > 1, \quad B) \text{ pro všechna } y > 0, \quad C) \text{ pro všechna } y > 1, \quad D) \text{ pro všechna } y$$

8. Usměrněte výraz $\frac{\sqrt{a}}{1 - \sqrt{a}}$.

9. Upravte výraz $\frac{\sqrt{a}\sqrt[3]{a}}{\sqrt[6]{a}}$.

10. Nalezněte definiční obor výrazu $\frac{9 - 4x}{3 - 2\sqrt{x}}$.

$$A) \langle 0; \infty \rangle, \quad B) \langle 0; \infty \rangle \setminus \left\{ \frac{9}{4} \right\}, \quad C) \langle 0; \infty \rangle, \quad D) \langle 0; \infty \rangle \setminus \left\{ \frac{9}{4}, 25 \right\}$$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

ŘEŠENÍ:

1. a) $\frac{y^2}{x}, x \neq 0, y \neq 0$, b) $\frac{y^4}{x^3}, x \neq 0, y \neq 0$, c) $x^2, x \neq 0$

2. B

3. a) $\frac{1}{y}, x \neq 0, y \neq 0$, b) $2\sqrt{y}, y \in \langle 0; \infty \rangle$, c) $\frac{1}{x}, x \in \langle 0; \infty \rangle$

4. C

5. $c = \sqrt{10}a$

6. C

7. A

8. $\frac{\sqrt{a} + a}{1 - a}$

9. $\sqrt[3]{a^2}$

10. B



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Seznam literatury a pramenů

RNDr. Hruška M.: Státní maturita z matematiky v testových úlohách včetně řešení.
Nakladatelství Agentura Rubiko, s. r. o., Olomouc 2012, ISBN 80-7346-149-2.

Materiál je určen pro bezplatné užívání pro potřebu výuky a vzdělávání na všech typech škol a školských zařízení. Jakékoliv další využití podléhá autorskému zákonu.