



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Digitální učební materiál

Číslo projektu	CZ.1.07/1.5.00/34.0802
Název projektu	Zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
Číslo a název šablony klíčové aktivity	III/2 – Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
Příjemce podpory	Gymnázium, Jevíčko, A. K. Vitáka 452

Název DUMu	Lomené výrazy
Název dokumentu	VY_32_INOVACE_15_04
Pořadí DUMu v sadě	4
Vedoucí skupiny/sady	Mgr. Petr Mikulášek
Datum vytvoření	15. 2. 2013
Jméno autora	Mgr. Alena Luňáčková
e-mailový kontakt na autora	lunackova@gymjev.cz
Ročník studia	4.
Předmět nebo tematická oblast	Matematický seminář
Výstižný popis způsobu využití materiálu ve výuce	Materiál pro přípravu na společnou část maturitní zkoušky z matematiky. Inovace: využití ICT, mediální techniky.



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

LOMENÉ VÝRAZY

Lomené výrazy – výrazy, které jsou zapsány ve tvaru **zlomku**.

Zápis $\frac{V_1}{V_2}$ kde $V_1, V_2 \dots$ výrazy, $V_2 \neq 0$

Počtení operace s lomenými výrazy:

Pracujeme obdobně jako se zlomky. Musíme určit, kdy **výrazy mají smysl**.

1. $\frac{V_1 \cdot V_3}{V_2 \cdot V_3} = \frac{V_1}{V_2}$ (rozšiřování – krácení) $V_2 \neq 0, V_3 \neq 0$

2. sčítání a odčítání

$$\frac{V_1}{V_2} \pm \frac{V_3}{V_4} = \frac{V_1 V_4 \pm V_3 V_2}{V_2 V_4} \quad V_2 \neq 0, V_4 \neq 0$$

3. násobení

$$\frac{V_1}{V_2} \cdot \frac{V_3}{V_4} = \frac{V_1 V_3}{V_2 V_4} \quad V_2 \neq 0, V_4 \neq 0$$

4. dělení

$$\frac{V_1}{V_2} : \frac{V_3}{V_4} = \frac{V_1}{V_2} \cdot \frac{V_4}{V_3} = \frac{V_1 V_4}{V_2 V_3} \quad V_2 \neq 0, V_4 \neq 0, V_3 \neq 0$$

5. úprava složeného lomeného výrazu

$$\frac{\frac{V_1}{V_2}}{\frac{V_3}{V_4}} = \frac{V_1 V_4}{V_2 V_3} \quad V_2 \neq 0, V_4 \neq 0, V_3 \neq 0$$

6. umocňování

$$\left(\frac{V_1}{V_2} \right)^k = \frac{V_1^k}{V_2^k} \quad V_2 \neq 0, k \in \mathbb{N}$$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

PŘÍKLADY:

1. Krate lomené výrazy a uveďte, kdy má tato úprava smysl:

$$a) \frac{14a^3x^2y}{35a^3xy^2} \quad b) \frac{6a^3(x^2-9)(x^2-2x+1)}{9a^6(x+3)(x^2-1)} \quad c) \frac{x^3+y^3}{x^2-y^2}$$

2. Zjednodušte krácením a uveďte, kdy mají zlomky smysl:

$$a) \frac{ab-b-a^2+a}{ab+b-a^2-a} \quad b) \frac{9ab+3b-6a-2}{9ab-6a-3b+2}$$

3. Vyjádřete daný zlomek tak, aby v jeho jmenovateli nebylo iracionální číslo:

$$a) \frac{3}{1+\sqrt{2}} \quad b) \frac{2}{1-\sqrt{3}} \quad c) \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \quad d) \frac{3-2\sqrt{2}}{3\sqrt{2}-4} \quad e) \frac{4}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}}$$

4. Rozšiřte každý z lomených výrazů $\frac{1}{x-2}$, $\frac{1}{x+1}$, $\frac{1}{x}$ tak, aby všechny měly ve jmenovateli též mnohočlen.

5. Rozšiřte vhodným výrazem a vyjádřete:

$$a) \frac{x}{1-x} \text{ jako lomený výraz se jmenovatelem } x-1;$$

$$b) \frac{x}{2+x} \text{ jako lomený výraz se jmenovatelem } x^2-4;$$

$$c) \frac{x+2}{3-x} \text{ jako lomený výraz se jmenovatelem } x^2-9;$$

6. Napište výrazy $a+b$, $a-b$, a^2+ab+b^2 jako zlomky se jmenovatelem $a-b$. Co je nutné předpokládat o číslech a, b ?

7. Vypočítejte:

$$a) \left(\frac{1}{a-1} - \frac{1}{a+1} - 1 \right) : \frac{1}{a^2-1} \quad b) \left(1 - \frac{1}{1-a} \right) : \left(\frac{1-2a^2}{1-a} - a - 1 \right) \quad c) 1 - \frac{x}{\frac{x}{x+1} - 1}$$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

8. Pomocí co nejmenšího počtu odmocnin vyjádřete: $\sqrt{8 - 3\sqrt{2}} : \sqrt{2 - 1}$

9. Zjednodušte:

$$a) \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{3}}$$

$$b) \frac{2\sqrt{5} + \sqrt{6}}{2\sqrt{5} - \sqrt{6}} - \frac{2\sqrt{5} - \sqrt{6}}{2\sqrt{5} + \sqrt{6}}$$

$$c) \frac{3\sqrt{2} - 1}{3\sqrt{2} + 1} - \frac{3\sqrt{2} + 1}{3\sqrt{2} - 1}$$

10. Zjednodušte: a) $\frac{\frac{2x+1}{1-2x} - \frac{1-2x}{2x+1}}{1 - \frac{1+12x^2}{1-4x^2}}$

$$b) \frac{4x^2}{x-2} : \left[\frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+2} + \frac{2}{x^2-4} \right]$$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

ŘEŠENÍ:

1. a) $\frac{2x}{5y}, a \neq 0, x \neq 0, y \neq 0$; b) $\frac{2(-3)(-1)}{3a^3(-1)}, a \neq 0, x \neq \pm 1, x \neq -3$;

c) $\frac{x^2 - xy + y^2}{x - y}, x \neq \pm y$.

2. a) $\frac{a-1}{a+1}, a \neq -1, a \neq b$; b) $\frac{3a+1}{3a-1}, a \neq \frac{1}{3}, b \neq \frac{2}{3}$.

3. a) $-3(-\sqrt{2})$; b) $-1 - \sqrt{3}$; c) $\sqrt{3} + \sqrt{2}$; d) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; e) $2 + \sqrt{2} - \sqrt{6}$.

4. $\frac{1}{x-2} = \frac{x \cdot (-1)}{(-2)(-1)} = \frac{1}{x+1} = \frac{x(-2)}{(-1)(-2)} = \frac{1}{x} = \frac{(-2)(-1)}{(-2)(-1)}, x \neq 0, x \neq -1, x \neq 2$.

5. a) $-\frac{x}{x-1}$; b) $\frac{x^2 - 2x}{x^2 - 4}$; c) $-\frac{x^2 + 5x + 6}{x^2 - 9}$.

6. Jestliže $a \neq b$, $\frac{a^2 - b^2}{a - b}; \frac{(-b)^3}{a - b}; \frac{a^3 - b^3}{a - b}$.

7. a) $3 - a^2, a \neq \pm 1$; b) $\frac{1}{a}, a \neq 1, a \neq 0$; c) $x^2 + x + 1, x \neq -1$

8. $2 + \sqrt{8}$

9. a) -10 ; b) $\frac{4\sqrt{30}}{7}$; c) $-\frac{12\sqrt{2}}{17}$

10. a) $-\frac{1}{2x}; x \neq 0, x \neq \pm \frac{1}{2}$; b) $\left(\frac{x+2}{x-2}\right)^2; x \neq \pm 2, x \neq 0$.



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Seznam použité literatury a pramenů:

1. Vejsada, F., Talafous, F.: Sbíрка úloh z matematiky. Státní pedagogické nakladatelství, n. p., Praha 1969. 688s. ISBN 15-534-69.
2. Hudcová, M., Kubičíková, L.: Sbíрка úloh z matematiky. Prometheus, Praha 2003. 415s. ISBN 80-7196-165-5.
3. Kubát, J.: Sbíрка úloh z matematiky. VICTORIA PUBLISHING, Praha 1993. 399s. ISBN 80-85605-27-9.
4. Kubát, J., Hrubý, D., Pilgr, J.: Sbíрка úloh pro střední školy. Prometheus, Praha 1996. 195s. ISBN 80-7196-030-6.

Materiál je určen pro bezplatné užívání pro potřebu výuky a vzdělávání na všech typech škol a školských zařízení. Jakékoliv další využití podléhá autorskému zákonu. Dílo smí být šířeno pod licencí CC BY – SA.