INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Digitální učební materiál

Číslo projektu	CZ.1.07/1.5.00/34.0802
Název projektu	Zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
Číslo a název šablony klíčové aktivity	III/2 – Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
Příjemce podpory	Gymnázium, Jevíčko, A. K. Vitáka 452

Název DUMu	Teorie racionálních a reálných čísel
Název dokumentu	VY_32_INOVACE_15_07
Pořadí DUMu v sadě	7
Vedoucí skupiny/sady	Mgr. Petr Mikulášek
Datum vytvoření	16. 3. 2013
Jméno autora	Mgr. Alena Luňáčková
e-mailový kontakt na autora	lunackova@gymjev.cz
Ročník studia	4.
Předmět nebo tematická oblast	Matematický seminář
Výstižný popis způsobu využití materiálu ve výuce	Materiál pro přípravu na společnou část maturitní zkoušky z matematiky. Inovace: využití ICT, mediální techniky.

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

TEORIE RACIONÁLNÍCH A REÁLNÝCH ČÍSEL

Čísla racionální Q

Jsou právě ta čísla, jež lze vyjádřit ve tvaru zlomku $\frac{a}{b}$, kde $a \in Z, b \in N$.

Čísla a, b jsou nesoudělná pouze u zlomku v základním tvaru.

Pro každá 3 racionální čísla a, b, c **platí:**

součet $a+b$ je racionální číslo	součin $a.b$ je racionální číslo	(U)
rozdíl $a-b$ je racionální číslo	podíl $a:b$, kde $b \neq 0$ je racionální číslo	
$(a+b)+c = a+(b+c)$	$(ab).c = a(bc)$	(A)
$a+b = b+a$	$ab = ba$	(K)
$0+a = a$	$1.a = a$	(N)
$a(b+c) = ab+ac$		(D)
$a+\overline{a} = 0$	$a.\overline{a} = 1, \overline{a} \neq 0$	(I)

Porovnávání zlomků $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$, které jsou zapsány v základním tvaru, tj.: $a, c \in Z, b, d \in N$

$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad < bc$; $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc$; $\frac{a}{b} > \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad > bc$;

Racionální číslo lze zapsat ve tvaru zlomku, desetinného čísla, nekonečného periodického rozvoje s vyznačenou periodou.

Příklad: $0,\overline{3} = x$

$$3,\overline{3} = 10x$$

$$3+\overline{3} = 10x$$

$$3+x = 10x$$

$$3 = 9x$$

$$x = \frac{1}{3}$$

$$0,\overline{3} = \frac{3}{10} + \frac{3}{100} + ... = 3\left(\frac{1}{10} + \frac{1}{100} + ...\right)$$

$$s = \frac{a_1}{1-q} = \frac{\frac{1}{10}}{1-\frac{1}{10}} = \frac{1}{10}.\frac{10}{9} = \frac{1}{9}$$

$$0,\overline{3} = 3.\frac{1}{9} = \frac{1}{3}$$

Čísla reálná R

Jsou všechna čísla, která jsou velikostmi úseček (při zvolené jednotkové úsečce), čísla k nim opačná a nula.

Každé reálné číslo je na číselné ose znázorněno právě **jedním bodem.**

Každý bod číselné osy je obrazem právě jednoho reálného čísla.
(I), (U),(A), (K),(N), (D) viz racionální čísla.
Pro každá 3 reálná čísla a,b,c **platí:**

Jestliže $a > b \wedge b > c \Rightarrow a > c$;
Jestliže $a > b \wedge c > 0 \Rightarrow ac > bc$;
Jestliže $a > b \wedge c < 0 \Rightarrow ac < bc$;
Jestliže $a > b, c \in R \Rightarrow a + c > b + c$.

Čísla iracionální
reálná čísla, která nejsou racionální, lze zapsat takovým desetinným rozvojem, který je nekonečný a neperiodický.
$\sqrt{2}$ … úhlopříčka čtverce o straně 1
$\sqrt{17} = \sqrt{16+1}$
$\sqrt{8} = \sqrt{9-1}$, $\sqrt{13} = \sqrt{9+4}$

Mocniny
Pro každé reálné číslo a a pro každé přirozené číslo n platí: $a^n = a.a.....a$, přičemž v součinu je n činitelů.
Výraz a^n …. n-tá mocnina čísla a.
a je základ mocniny – mocněnec; n ….mocnitel (exponent);
$\forall a \in R; a \neq 0 : a^0 = 1$

$\forall a \in R, a \neq 0 : a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n = \frac{1}{a^n}$; $\forall a \in R, a > 0, \forall r \in Z, \forall s \in N : a^{\frac{r}{s}} = \sqrt[s]{a^r}$

$\forall a,b \in R, \forall r,s \in N :$ $a^r.a^s = a^{r+s}$, $(a^r)^s = a^{rs}$, $a^r : a^s = a^{r-s}, a \neq 0, r > s$

$(ab)^r = a^r.b^r$, $\left(\frac{a}{b}\right)^r = \frac{a^r}{b^r}, b \neq 0$

<u>Odmocniny</u>

$\forall a,b \in R_0^+, \forall n \in N : \sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a$

$\sqrt[n]{a} \ldots n$-tá odmocnina z čísla a, $a \ldots$. základ odmocniny, odmocněnec, $n \ldots$ odmocnitel.

$\forall a,b \in R_0^+; \forall m,n,p \in N :$

$\sqrt[n]{a}.\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$;

$\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}, b \neq 0$; $\quad \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m.n]{a}$; $\quad \sqrt[n]{a} = \sqrt[n.p]{a^p}$; $\quad \sqrt[n.p]{a^{m.p}} = \sqrt[n]{a^m}$.

Usměrňování zlomků

<u>Absolutní hodnota reálného čísla:</u>

Je-li $a \geq 0 \Rightarrow |a| = a$;

Je-li $a < 0 \Rightarrow |a| = -a$.

- je rovna vzdálenosti obrazu tohoto čísla na číselné ose od počátku $\quad \sqrt{a^2} = |a|$

<u>Nerovnice s absolutní hodnotou:</u>

Je-li $k > 0, |a| \leq k \Rightarrow -k \leq a \leq k$;

Je-li $-k \leq a \leq k, k > 0 \Rightarrow |a| \leq k$;

Je-li $k > 0, |a| \geq k \Rightarrow a \in (-\infty, -k\rangle \cup \langle k, +\infty)$;

Je-li $a \in (-\infty, -k\rangle \cup \langle k, +\infty), k > 0 \Rightarrow |a| \geq k$;

Je-li $k > 0, |x-a| \leq k \Rightarrow x \in \langle a-k, a+k\rangle, a-k \leq x \leq a+k$;

Je-li $k > 0, |x-a| \geq k \Rightarrow x \in (-\infty, a-k\rangle \cup \langle a+k, +\infty)$.

Pro každé reálné číslo x platí: $\quad \dfrac{a}{10^n} \leq x < \dfrac{a+1}{10^n}$

Příklad: $\quad \dfrac{a}{100} \leq \dfrac{6}{7} < \dfrac{a+1}{100}$; 6 : 7 = 0,85; $\dfrac{85}{100} \leq \dfrac{6}{7} < \dfrac{86}{100}$.

$\forall a \in R; k \in N_0 : \quad a < 0 \Rightarrow a^{2k} > 0$; $\quad a < 0 \Rightarrow a^{2k+1} < 0$.

PŘÍKLADY:

1. Jsou dána čísla $a=\frac{14}{5}, b=1{,}6$.

a) O kolik je číslo a větší než číslo b?

b) Kolikrát je číslo a větší než číslo b?

2. a) Zaokrouhlete na setiny: 23,0372; 0,0235; 1,325.

b) Zaokrouhlete na 3 platné číslice: 36,432; 0,030251.

3. Zapiš čísla 0,28125 a $2,\overline{07}$ ve tvaru zlomku.

4. Upravte na základní tvar zlomky: a) $\dfrac{840}{1190}$ b) $\dfrac{16632}{24948}$

5. Upravte: a) $\left(\dfrac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}+\dfrac{\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}\right)^2$; b) $\sqrt{15}\left(\sqrt{5}-2\sqrt{3}\right)-\left(2\sqrt{3}-1\right)^2+\left(1+\sqrt{5}\right)^2$.

6. Dané zlomky uspořádejte podle velikosti: $\dfrac{14}{17},\dfrac{7}{9},\dfrac{11}{15},\dfrac{4}{5}$.

7. Vyjádřete pomocí co nejmenšího počtu odmocnin: $\sqrt{72}-\sqrt{8}+3\sqrt{2}$

8. Vypočtěte: $-\left|1{,}2-1\dfrac{1}{2}+\sqrt{0{,}01}\right|\cdot\left|\dfrac{4}{9}-1\right|\cdot\left|-3^2\right|-\left|(6-11)^2\cdot\dfrac{1}{6}\right|$

9. Usměrněte zlomky a zapište v základním tvaru:

a) $\dfrac{7}{4-\sqrt{2}}$ b) $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ c) $\dfrac{12}{\sqrt[3]{24}}$

10. Vyberte, čemu je rovno $\sqrt{6^2+6^2}$.

A) $2\sqrt{6}$ B) $4\sqrt{6}$ C) $6\sqrt{2}$ D) $6\sqrt{3}$

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

ŘEŠENÍ:

1. a) o 1,2; b) 1,75krát.

2. a) 23,04; 0,02; 1,33.
b) 36,4; 0,0303.

3. $0{,}28125 = \dfrac{9}{32}$; $2{,}\overline{07} = \dfrac{205}{99}$.

4. a) $\dfrac{12}{17}$; b) $\dfrac{2}{3}$.

5. a) $1{,}5 - \sqrt{2}$; b) $9\sqrt{3} - 4\sqrt{5} - 7$.

6. $\dfrac{11}{15} < \dfrac{7}{9} < \dfrac{4}{5} < \dfrac{14}{17}$

7. $7\sqrt{2}$

8. -7

9. a) $\dfrac{4+\sqrt{2}}{2}$; b) $\sqrt{6} - 2$; c) $2\sqrt[3]{9}$

10. C

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Seznam použité literatury a pramenů:

1. Vejsada,F., Talafous, F.: Sbírka úloh z matematiky. Státní pedagogické nakladatelství, n. p., Praha 1969. 688s. ISBN 15-534-69.

2. Hudcová,M., Kubičíková,L.: Sbírka úloh z matematiky. Prometheus, Praha 2003.415s. ISBN 80-7196-165-5.

3. Kubát,J.: Sbírka úloh z matematiky.VICTORIA PUBLISHING, Praha 1993. 399s. ISBN 80-85605-27-9.

4. Kubát,J., Hrubý,D.,Pilgr,J.: Sbírka úloh pro střední školy. Prometheus, Praha 1996. 195s. ISBN 80-7196-030-6.

5. Hruška,M.: Státní maturita z matematiky v testových úlohách včetně řešení. Nakladatelství Agentura Rubiko, s. r. o., Olomouc 2012. 190s. ISBN 80-7346-149-2.