



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Digitální učební materiál

Číslo projektu	CZ.1.07/1.5.00/34.0802
Název projektu	Zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
Číslo a název šablony klíčové aktivity	III/2 – Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
Příjemce podpory	Gymnázium, Jevíčko, A. K. Vitáka 452

Název DUMu	Polynomické a mocninné funkce
Název dokumentu	VY_32_INOVACE_15_09
Pořadí DUMu v sadě	9
Vedoucí skupiny/sady	Petr Mikulášek
Datum vytvoření	10.10.2012
Jméno autora	Petr Mikulášek
e-mailový kontakt na autora	mikulasek@gymjev.cz
Ročník studia	4
Předmět nebo tematická oblast	Matematický seminář
Výstižný popis způsobu využití materiálu ve výuce	Materiál pro přípravu na společnou část maturitní zkoušky z matematiky. Inovace: využití ICT, mediální techniky.



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Polynomické a mocninné funkce

Polynomická funkce n-tého stupně je funkce

$$f: y = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0, \text{ kde } a_i \in \mathbb{R}, a_n \neq 0.$$

Speciální případy:

konstantní funkce

$$y = a_0, \text{ kde } a_0 \in \mathbb{R},$$

lineární funkce

$$y = a_1 x + a_0, \text{ kde } a_1, a_0 \in \mathbb{R}, a_1 \neq 0,$$

kvadratická funkce

$$y = a_2 x^2 + a_1 x + a_0, \text{ kde } a_2, a_1, a_0 \in \mathbb{R}, a_2 \neq 0,$$

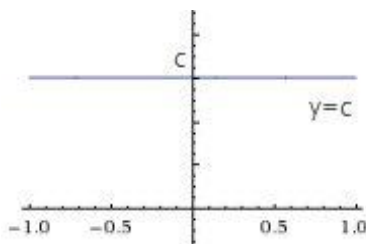
mocninná funkce

$$y = x^n, \text{ kde } n \in \mathbb{Z}, n \neq 0; 1.$$

Konstantní funkce je každá funkce na množině \mathbb{R} , která je dána ve tvaru $y = c$, kde $c \in \mathbb{R}$.

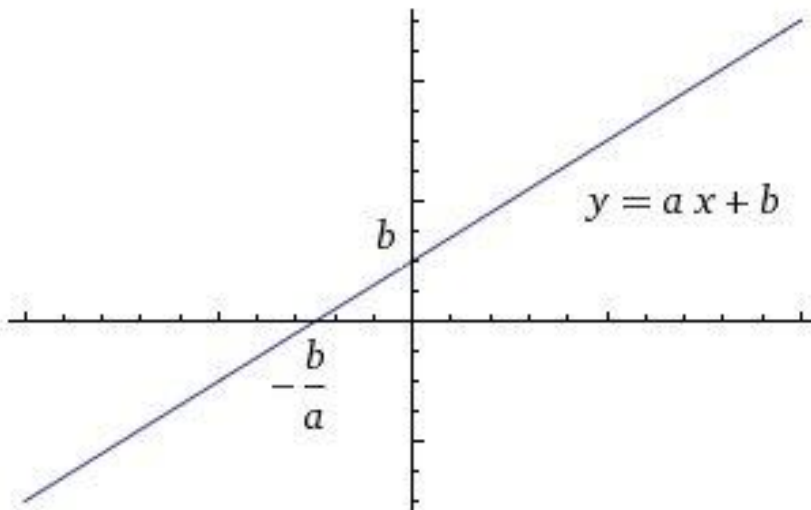
$$D_f = \mathbb{R}, H_f = \{c\},$$

konstantní funkce je sudá, omezená.



Lineární funkce je každá funkce na množině \mathbb{R} , která je dána ve tvaru $y = ax + b$, kde $a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0$.

$D_f = \mathbb{R}, H_f = \mathbb{R}$, pro $a > 0$ rostoucí, $a < 0$ klesající, lichá pro $y = ax$, kde $a \in \mathbb{R}, a \neq 0$, není omezená, prostá, grafem je přímka.





evropský
sociální
fond v ČR



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

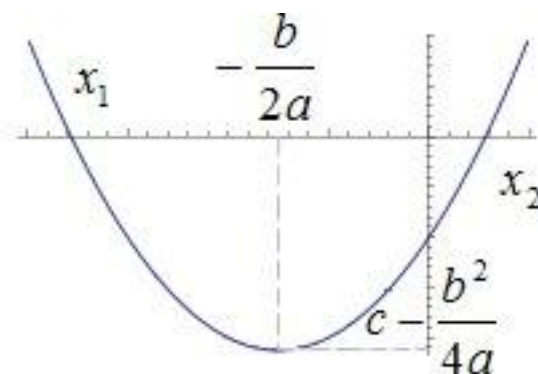
Kvadratická funkce je každá funkce na množině \mathbb{R} , která je dána ve tvaru $y = ax^2 + bx + c$, kde $a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$.

$D_f = \mathbb{R}, H_f \subset \mathbb{R}, a > 0$ zdola omezená, $a < 0$ shora omezená, grafem je parabola

vrchol: $V \left[-\frac{b}{2a}; c - \frac{b^2}{4a} \right]$, body x_1, x_2 jsou průsečíky

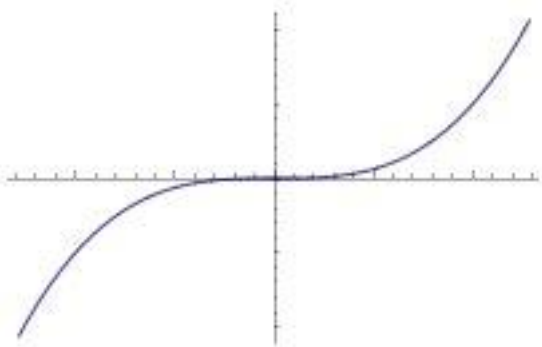
paraboly s osou x .

Body x_1, x_2 jsou řešením rovnice $ax^2 + bx + c = 0$.



Mocninná funkce s přirozeným mocnitelem je každá funkce na množině \mathbb{R} , která je dána ve tvaru $y = x^n$, kde $n \in \mathbb{N}$.

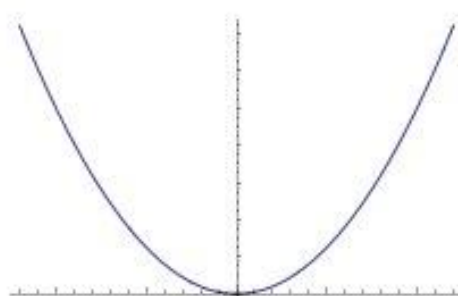
n – liché



$D_f = \mathbb{R}, H_f \subseteq \mathbb{R}$, rostoucí, lichá, není omezená

nemá maximum ani minimum

n – sudé



$D_f = \mathbb{R}, H_f = \langle 0; \infty \rangle$,

klesající v intervalu $\langle -\infty; 0 \rangle$,

rostoucí v intervalu $\langle 0; \infty \rangle$,

sudá, zdola omezená,

minimum v bodě 0



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

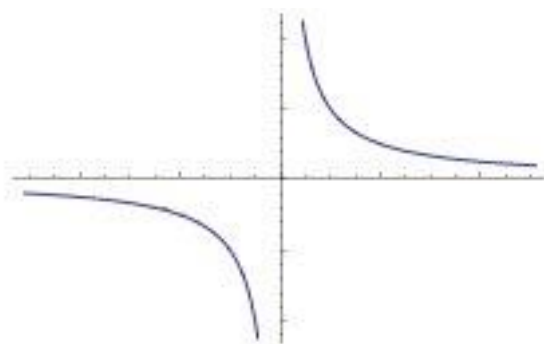


OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

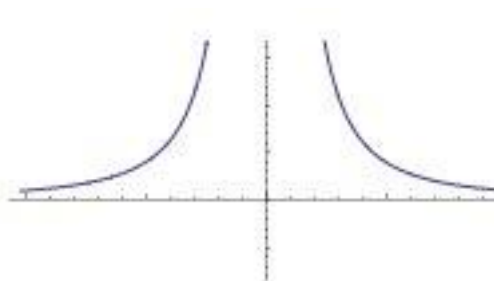
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Mocninná funkce s celým záporným mocnitelem je každá funkce na množině \mathbb{R} , která je dána ve tvaru $y = x^n$, kde $n \in \mathbb{Z}^-$.

n – liché



n – sudé



$$D_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}, \quad H_f = \mathbb{R} \setminus \{0\},$$

klesající v intervalu $(-\infty, 0)$,

klesající v intervalu $(0, \infty)$, lichá,

není omezená nemá maximum

ani minimum.

$$D_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}, \quad H_f = \mathbb{R}^+,$$

rostoucí v intervalu $(-\infty, 0)$,

klesající v intervalu $(0, \infty)$,

sudá, zdola omezená,

nemá maximum ani minimum.



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

PŘÍKLADY:

- Pro funkci $f : y = -2x + 3$
 - Určete $f(2)$, $f(4)$, $f(5)$, $f(8)$
 - Určete, pro která x je $f(x) = 1$, $f(x) = -5$,
 - Určete průsečíky grafu funkce f s osami x, y ,
 - Načrtněte graf.
- Sestrojte graf funkce $f : y = 2x - 1$, je-li $D_f = \langle 0, 5 \rangle$, a určete obor hodnot funkce f .
- Funkce $f : y = -x + 3$ má obor hodnot $H_f = \langle -5, 5 \rangle$. Určete D_f a sestrojte graf funkce f .
- Určete předpis pro lineární funkci, jejíž graf prochází body:
 - $[0, 2]$ b) $[1, 5]$ c) $[-1, 2, 5]$
- Určete předpis pro lineární funkci, jejímž grafem je přímka, která prochází bodem $C [1, 1]$ a je rovnoběžná s přímkou AB, kde $A [-1, 2]$, $B [2, 3]$.
- Je dána funkce $f : y = x^2 + 3x - 28$.
 - Určete $f(2)$, $f(4)$, $f(1)$
 - Určete hodnoty proměnné x , pro něž platí: $f(x) = 42$, $f(x) = -28$, $f(x) = -35$.
 - Určete průsečíky grafu funkce f se souřadnicovými osami.
- Vyšetřete průběh funkce $f : y = -3x^2 + 6x + 9$
- Načrtněte graf funkce $f : y = -(x+1)^n$ pro
 - $n = 2$
 - $n = -3$
- Určete předpis pro kvadratickou funkci, jejímž grafem je parabola, která má vrchol v bodě $V [-3, -3]$ a prochází bodem $A [5, 5]$.



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

ŘEŠENÍ:

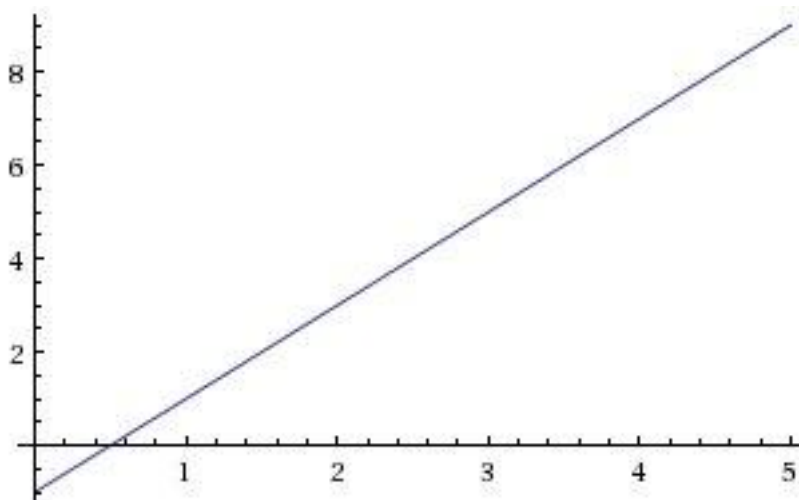
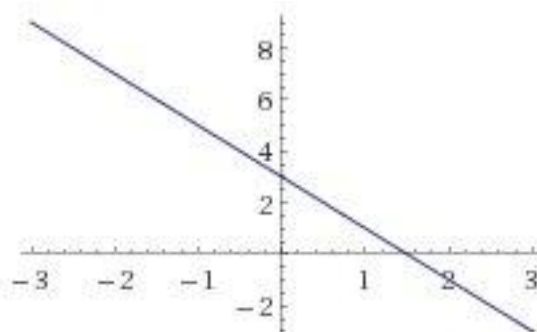
1. a) $f(0) = 3, f(1) = -3, f(5) = 13, f(8) = -33,$

b) $f(1) = 1$ pro $x = 1, f(4) = -5$ pro $x = 4,$

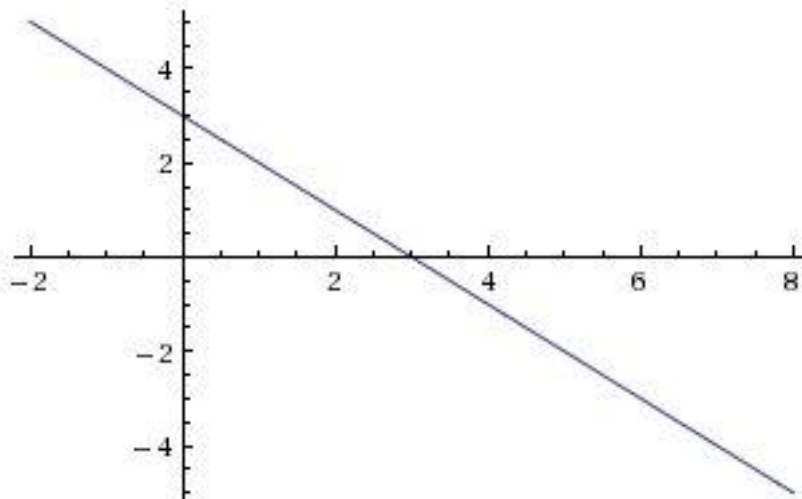
c) $\left[\frac{3}{2}, 0\right], \left[1, 3\right]$

d)

2. $H_f = \langle -1, 9 \rangle$



3. $D_f = \langle -2, 8 \rangle$





evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

4. a) $y = 2x$,
b) $y = 2x + 1$,
c) $y = -2x + 1$.

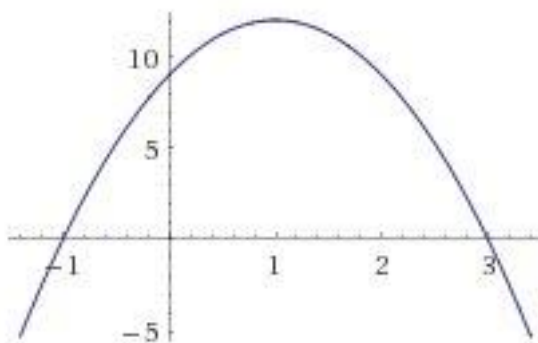
5. $y = -x + 2$

6. a) $f(0) = -28, f(1) = -18, f(2) = -30$,

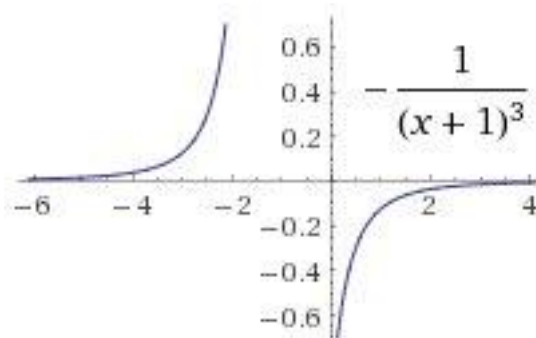
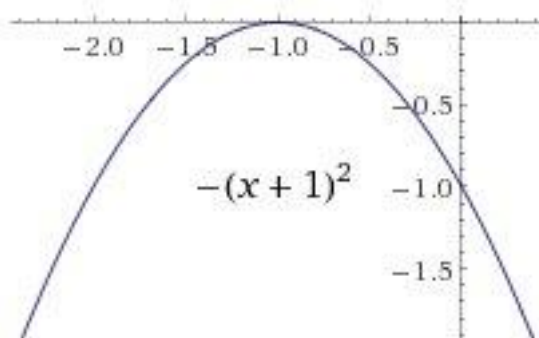
b) $f(0) = 42$ pro $x_1 = 7$ a $x_2 = -10, f(1) = -28$ pro $x_1 = 0$ a $x_2 = -3, f(2) = -35$ pro $x_1 = -\frac{3}{2}$ a $x_2 = -\frac{3}{2}$,

c) $[0, 7], [0, -28]$

7.



8.



9. $y = 2x^2 - 8x + 5$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Seznam literatury a pramenů

1. Vejsada, F., Talafous, F.: Sbíрка úloh z matematiky. Státní pedagogické nakladatelství, n. p., Praha 1969. ISBN 15-534-69.
2. Obrázky jsou vlastními obrázky autora, tvořené pomocí <http://www.wolframalpha.com> a grafického programu Gimp.

Materiál je určen pro bezplatné užívání pro potřebu výuky a vzdělávání na všech typech škol a školských zařízení. Jakékoliv další využití podléhá autorskému zákonu.