



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Digitální učební materiál

Číslo projektu	CZ.1.07/1.5.00/34.0802
Název projektu	Zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
Číslo a název šablony klíčové aktivity	III/2 – Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
Příjemce podpory	Gymnázium, Jevíčko, A. K. Vitáka 452

Název DUMu	Trigonometrie
Název dokumentu	VY_32_INOVACE_15_17
Pořadí DUMu v sadě	17
Vedoucí skupiny/sady	Mgr. Petr Mikulášek
Datum vytvoření	18. 2. 2013
Jméno autora	Mgr. Alena Luňáčková
e-mailový kontakt na autora	lunackova@gymjev.cz
Ročník studia	4.
Předmět nebo tematická oblast	Matematický seminář
Výstižný popis způsobu využití materiálu ve výuce	Materiál pro přípravu na společnou část maturitní zkoušky z matematiky. Inovace: využití ICT, mediální techniky.



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

TRIGONOMETRIE

tj. řešit trojúhelník

Pravoúhlý trojúhelník:

Pythagorova věta: $a^2 + b^2 = c^2$, kde c je velikost přepony pravoúhlého trojúhelníka.

Euklidovy věty:

1. O výšce: $v = \sqrt{c_a \cdot c_b}$

2. O odvěsně: $a = \sqrt{c \cdot c_a}$, $b = \sqrt{c \cdot c_b}$

Sinus úhlu α je poměr délky odvěsny protilehlé k úhlu α a délky přepony.

Kosinus úhlu α je poměr délky odvěsny přilehlé k úhlu α a délky přepony.

Tangens úhlu α je poměr délek protilehlé odvěsny k úhlu α a přilehlé odvěsny.

Kotangens úhlu α je poměr délek přilehlé odvěsny k úhlu α a odvěsny protilehlé.

	30°	45°	60°
sin	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tg	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$
cotg	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

$$\sin \alpha = \cos (90^\circ - \alpha), \quad \cos \alpha = \sin (90^\circ - \alpha), \quad \operatorname{tg} \alpha = \operatorname{cotg} (90^\circ - \alpha), \quad \operatorname{cotg} \alpha = \operatorname{tg} (90^\circ - \alpha)$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1, \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{cotg} \alpha}, \quad \operatorname{cotg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}, \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Obecný trojúhelník:

Sinová věta: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$

Kosinová věta: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$
 $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta$
 $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$

Pro poloměr r kružnice opsané trojúhelníku ABC : $r = \frac{a}{2 \sin \alpha} = \frac{b}{2 \sin \beta} = \frac{c}{2 \sin \gamma}$

Pro obsah S trojúhelníka ABC :

$$S = \frac{1}{2} c \cdot v_c = \frac{1}{2} a \cdot v_a = \frac{1}{2} b \cdot v_b = \frac{1}{2} c \cdot b \cdot \sin \alpha = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin \gamma = \frac{1}{2} a \cdot c \cdot \sin \beta$$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

PŘÍKLADY:

- Bez užití úhlooměru sestrojte úhel α , jestliže :
 - $\sin \alpha = \frac{1}{3}$
 - $\cos \alpha = 0,6$
 - $\operatorname{tg} \alpha = \frac{6}{5}$
 - $\cot \alpha = 1,4$
- Z daných prvků v pravoúhlém trojúhelníku ABC ($\gamma = 90^\circ$) vypočítejte další uvedené prvky:
 - $b = 55,4j, \alpha = 48^\circ 30', a, c, \beta, v_c$
 - $a = 6,50j, v_c = 4,00j, \alpha, \beta, b, c$
 - $S = 17,5\text{cm}^2, a = 5,24\text{cm}; b, c, \alpha, \beta$
 - $\alpha = 30^\circ 30', v_c = 5,42\text{cm}; a, b, c, \beta$
- Určete zbývající strany a úhly v trojúhelníku ABC, je-li dáno:
 - $\alpha = 46^\circ 50', \beta = 108^\circ 26', c = 153,3\text{m}$
 - $a = 124,5\text{m}, b = 112,1\text{m}, \gamma = 52^\circ 14'$
 - $a = 11,5\text{cm}, b = 7,35\text{cm}, c = 6,25\text{cm}$
 - $b = 7,5\text{cm}, c = 4,5\text{cm}, \gamma = 65^\circ$
- Určete obsah trojúhelníku ABC z úlohy 3.
- Určete složky tíhové síly F_G tělesa o hmotnosti 10 kg na nakloněné rovině, která svírá s vodorovnou rovinou úhel 30° (úhel sklonu $\alpha = 30^\circ$)
- Po nakloněné rovině, která svírá s vodorovnou rovinou úhel 30° , klouže těleso. Součinitel smykového tření mezi tělesem a rovinou je 0,40. Vypočítejte zrychlení tělesa.
- Určete zbývající strany a úhly v trojúhelníku ABC, je-li dáno:
 - $S = 262\text{m}^2, c = 47,3\text{m}, \beta = 39^\circ 35'$
 - $S = 14000\text{m}^2, a = 150\text{m}, b = 230\text{m}$
- Vypočítejte obsah rovnoběžníku ABCD, je-li dáno: $|AB| = 50\text{cm}, |AC| = 75\text{cm}, \beta = 55^\circ 40'$.
- Vypočítejte délky úhlopříček v rovnoběžníku ABCD, ve kterém $a = 35\text{cm}, b = 16\text{cm}, \beta = 65^\circ$.
- Na hmotný bod působí dvě síly o velikostech $F_1 = 58\text{N}, F_2 = 84\text{N}$, jejichž vektory svírají úhel 75° . Jak velká je jejich výslednice a jaký úhel svírá její vektor s vektorem síly F_1 ?



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

ŘEŠENÍ:

- a) Úhel α v pravoúhlém trojúhelníku ABC, kde $a = 1j, c = 3j$; b) úhel α v pravoúhlém trojúhelníku ABC, kde $b = 6j, c = 10j$ (nebo $3j$ a $5j$); c) úhel α v pravoúhlém trojúhelníku ABC, kde $a = 6j, b = 5j$; d) úhel α v pravoúhlém trojúhelníku ABC, kde $b = 7j, a = 5j$.
- a) $a \doteq 62,6j, c \doteq 83,6j, \beta \doteq 41^\circ 30', v_c \doteq 41,5j$; b) $\alpha \doteq 52^\circ 03', \beta \doteq 37^\circ 57', b \doteq 5,07j, c \doteq 8,24j$;
c) $b \doteq 6,68cm, c \doteq 8,49cm, \alpha \doteq 38^\circ 07', \beta \doteq 51^\circ 53'$;
d) $a \doteq 6,29cm, b \doteq 10,68cm, c \doteq 12,39cm, \beta \doteq 59^\circ 30'$.
- a) $\gamma \doteq 24^\circ 44', a \doteq 267,2m, b \doteq 347,6m$; b) $c \doteq 104,7m, \alpha \doteq 70^\circ 03', \beta \doteq 57^\circ 49'$;
c) $\alpha \doteq 115^\circ 14', \beta \doteq 35^\circ 19', \gamma \doteq 29^\circ 27'$; d) nemá řešení.
- a) $S \doteq 19430m^2$; b) $S \doteq 5516,4m^2$; c) $S \doteq 20,8cm^2$.
- $F_1 = F_G \sin \alpha \doteq 50N$; $F_2 = F_G \cos \alpha \doteq 87N$.
- $a = \frac{F}{m} = \frac{mg \sin \alpha - fmg \cos \alpha}{m} = g (\sin \alpha - f \cos \alpha) \doteq 1,5ms^{-2}$.
- a) $a \doteq 17,4m, b \doteq 35,7m, \alpha \doteq 18^\circ 10', \gamma \doteq 122^\circ 15'$;
b) $c_1 \doteq 187m, \alpha_1 \doteq 41^\circ, \beta_1 \doteq 85^\circ, \gamma_1 \doteq 54^\circ$; $c_2 \doteq 341m, \alpha_2 \doteq 21^\circ, \beta_2 \doteq 33^\circ, \gamma_2 \doteq 126^\circ$.
- $S \doteq 3757cm^2$
- $e \doteq 32cm, f \doteq 44cm$
- $F \doteq 114N, \varphi \doteq 45^\circ$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Seznam použité literatury a pramenů:

1. Vejsada, F., Talafous, F.: Sbíрка úloh z matematiky. Státní pedagogické nakladatelství, n. p., Praha 1969. 688s. ISBN 15-534-69.
2. Hudcová, M., Kubičíková, L.: Sbíрка úloh z matematiky. Prometheus, Praha 2003. 415s. ISBN 80-7196-165-5.
3. Kubát, J.: Sbíрка úloh z matematiky. VICTORIA PUBLISHING, Praha 1993. 399s. ISBN 80-85605-27-9.
4. Kubát, J., Hrubý, D., Pilgr, J.: Sbíрка úloh pro střední školy. Prometheus, Praha 1996. 195s. ISBN 80-7196-030-6.

Materiál je určen pro bezplatné užívání pro potřebu výuky a vzdělávání na všech typech škol a školských zařízení. Jakékoliv další využití podléhá autorskému zákonu. Dílo smí být šířeno pod licencí CC BY – SA.

