



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

## Digitální učební materiál

Číslo projektu	CZ.1.07/1.5.00/34.0802
Název projektu	Zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
Číslo a název šablony klíčové aktivity	III/2 – Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
Příjemce podpory	Gymnázium, Jevíčko, A. K. Vitáka 452

Název DUMu	Dynamika hmotného bodu a soustavy hmotných bodů
Název dokumentu	VY_32_INOVACE_16_02
Pořadí DUMu v sadě	2
Vedoucí skupiny/sady	Mgr. Petr Mikulášek
Datum vytvoření	5. 1. 2013
Jméno autora	Mgr. Jiří Janeček
e-mailový kontakt na autora	janecek@gymjev.cz
Ročník studia	1.
Předmět nebo tematická oblast	Fyzika
Výstižný popis způsobu využití materiálu ve výuce	Shrnutí a procvičování učiva. Inovace: využití ICT, netradiční úlohy, mezipředmětové vztahy - matematika



evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

### 1. Základní pojmy

- **Newtonovy pohybové zákony**

1. **NPZ – zákon setrvačnosti:** Každé těleso setrvává v klidu nebo v pohybu rovnoměrném přímočarém (v daném směru), pokud není nuceno působením vnějších (vtištěných) sil tento stav změnit (Nečas, T., 2008).
2. **NPZ:** Časová změna hybnosti je přímo úměrná vnější (vtištěné) síle, jež působí na hmotný bod a má směr totožný se směrem této síly (Hlavička, A. et al., 1978).

$$F = \frac{dp}{dt} = \frac{dmv}{dt} = m \frac{dv}{dt} = ma$$

3. **NPZ – zákon akce a reakce:** Dvě tělesa na sebe působí stejně velkými, opačně orientovanými silami.

- **Hybnost** – charakterizuje pohybový stav tělesa (HB) v dané vztažné soustavě – je časovou změnou polohy tělesa (HB), je vektorovou veličinou definovanou jako součin hmotnosti a rychlosti tělesa

$$p = m \frac{dr}{dt} = mv$$

- **Impuls síly** – dle 2.NPZ se vlivem působící (konstantní) síly  $F$  na těleso mění jeho rychlost  $v_0$  v okamžiku  $t_0$  na  $v_1$  v okamžiku  $t_1$ . Mění se tak i hybnost tělesa z počáteční hodnoty  $p_0$  v okamžiku  $t_0$  na hodnotu  $p_1$  v okamžiku  $t_1$ . Součin síly  $F$  a doby  $\Delta t$ , po kterou působila na těleso je **impuls síly**:

$$F = \frac{dp}{dt} = \frac{dmv}{dt} = m \frac{dv}{dt} \text{ tedy } F = m \frac{\Delta v}{\Delta t} = m \frac{v_1 - v_0}{t_1 - t_0} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \text{ tedy } F\Delta t = \Delta p$$

- **Zákon zachování hybnosti** – uvažujeme-li izolovanou soustavu dvou těles T(1) a T(2), současně platnost 3.NPZ, působí na sebe tělesa vzájemně silami  $F_1$  a  $F_2$ , pro něž platí

$$F_1 = -F_2.$$

Vyjádríme-li pro tuto situaci pomocí 2.NPZ, dostaneme

$$F_1 = \frac{\Delta p_1}{\Delta t} = -F_2 = -\frac{\Delta p_2}{\Delta t},$$

tedy pro změnu hybnosti  $\Delta p_1$  z  $p_{01}$  na  $p_1$  a  $\Delta p_2$  z  $p_{02}$  na  $p_2$  v čase  $\Delta t$  z  $t_0$  na  $t_1$

$$F_1(t_1 - t_0) = p_{01} - p_1 = -F_2(t_1 - t_0) = -(p_{02} - p_2)$$

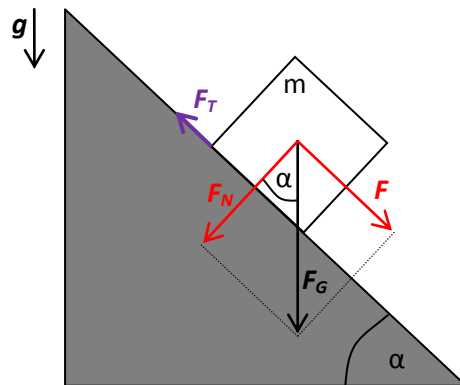
$$p_{01} + p_{02} = p_1 + p_2$$

Tedy hybnost soustavy na počátku v čase  $t_0$  je stejná jako hybnost soustavy v čase  $t_1$ .

**Celková hybnost izolované soustavy těles se vzájemným působením těles v čase nemění.**

## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

- **Tření** – původ v nerovnostech stykových ploch 2 těles, **třecí síla  $F_T$**  vzniká vzájemným posuvem těchto těles po povrchu, velikost této síly je přímo úměrná velikosti kolmé tlakové síly, jíž jsou tělesa k sobě přitlačována (Bednařík, M., Široká, M. & Bujok, P., 1993), tedy  $F_T = fF_n$



Obrázek 1

Vyjádříme-li normálovou sílu  $F_N$ , a prozkoumáme-li podmínky, dostaneme následující:

$$F_T = fF_n = fF_G \cos \alpha = fmg \cos \alpha$$

$$\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\cos \alpha \in (1; 0)$$

Je-li podložka vodorovná ( $\alpha = 0$ ),  $F_T$  je maximální, mluvíme o klidovém tření, respektive o **součiniteli klidového tření  $f_0$** . Je-li těleso v pohybu ( $|F_T| < |F|$ ), tření je menší „ $\cos \alpha$ -krát“, mluvíme o **součiniteli smykového tření  $f$** . Je zřejmé, že  $F_T(f_0) > F_T(f)$ .

- **Aplikace: chůze, rozjezd/jízda auta (sucho, mokro, náledí)**

Je-li těleso kruhového průřezu, mluvíme o **valivém odporu** a o **odporové valivé síle  $F_V$**  ve tvaru

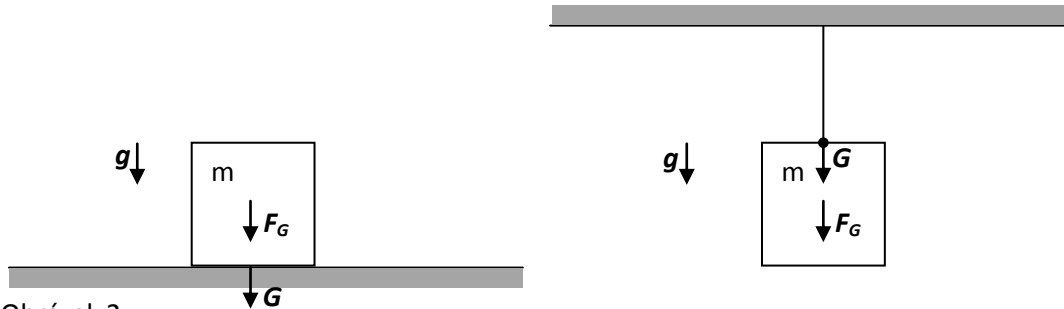
$$F_V = \xi \frac{F_N}{R}$$

Kde  $\xi$  je rameno valivého odporu,  $R$  poloměr valivého tělesa a  $F_N$  je normálová složka tíhové síly.

- **Aplikace: přemísťování těžkých předmětů**
- **Tíha** – tíha tělesa  $G$  vyjadřuje působení tělesa v tíhovém gravitačním poli Země na tělesa ostatní, působíště je ve stykovém místě těles (Obrázek 2).
- **Tíhová síla** –  $F_G$ , vzniká působením tíhového gravitačního pole Země na těleso
- **Aplikace: beztlížný stav (volný pád)**

## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

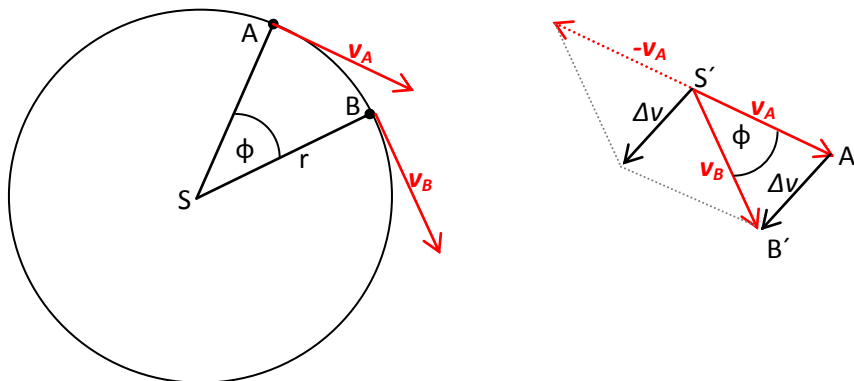
- **Tíhová síla –  $F_G$** , vzniká působením tíhového gravitačního pole Země na těleso (Obrázek 2)



Obrázek 2

- **Dostředivé zrychlení a dostředivá síla**

Uvažujeme-li rovnoměrný pohyb po kružnici mezi body  $A$  a  $B$  tělesa  $T$  o hmotnosti  $m$  v čase  $\Delta t \rightarrow 0$ , popíšeme jej následovně pomocí Obrázku 3:



Obrázek 3

$$\Delta v = v_B - v_A$$

$$\Delta a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Trojúhelníky  $SAB$  a  $S'A'B'$  jsou shodné (stejně všechny úhly), tedy jsou shodné poměry odpovídajících stran

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{|AB|}{r}$$

Vyjádříme-li  $|AB|$  jako dráhu, kterou urazilo těleso za čas  $\Delta t$  dostaneme

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{v \Delta t}{r}$$

Velikost dostředivého zrychlení vyjádříme ve tvaru

$$\Delta a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r = a_D$$

## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Kde  $r$  je poloměr kružnice, po které se těleso pohybuje,  $v$  je velikost rychlosti tělesa a  $\omega$  je jeho úhlová rychlost.

Dostředivou sílu  $F_D$  vyjádříme vztahem

$$F_D = ma_D$$

- **Inerciální vztažné soustavy (IVS)**

IVS je prostor, ke kterému se volný hmotný bod (tedy HB, na nějž nepůsobí síly, které mají původ ve vzájemných interakcích HB) pohybuje bez zrychlení (Horský, J., Novotný, J. & Štefaník, M., 2001). Těleso v této soustavě je v klidu nebo se pohybuje rovnoměrně přímočaře.

- **Galileiho princip relativity**

Zákony mechaniky jsou stejné ve všech IVS – rovnice popisující stavy jsou stejné, popisy v různých IVS jsou rovnocenné (Bednařík, M., Široká, M. & Bujok, P., 1993).

- **Neinerciální systémy**

Na těleso v takovémto systému působí síla – **setrvačná síla**  $F_S$  (důsledek zrychleného pohybu).

$$F_S = -ma$$

- *Aplikace: výtah, rozjíždějící se vlak/auto*

- **Odstředivá síla**

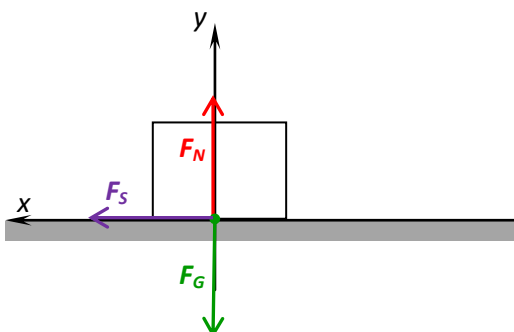
Dle definice neinerciálního systému působí na těleso otáčející se po kružnici (např. ventilek pneumatiky) setrvačná síla, jež má opačný směr než síla dostředivá vyvolaná dostředivým zrychlením; jejich účinek se ruší.

Na těleso v takovémto systému působí síla – **setrvačná síla**  $F_S$  (důsledek zrychleného

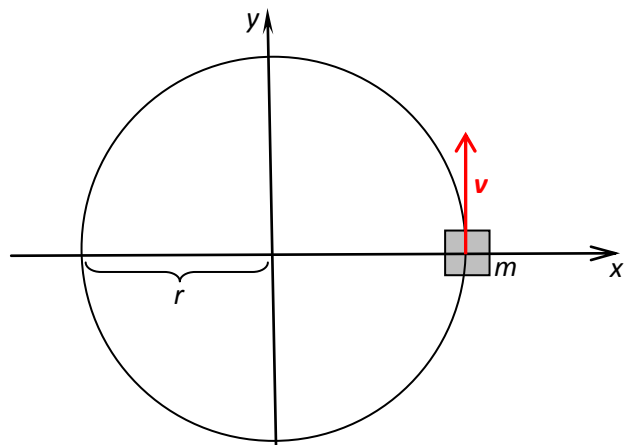
## 2. Řešený příklad (Nečas, T., 2008)

Automobil o hmotnosti  $m=2500\text{kg}$  vjíždí do kruhové neklopené zatáčky o poloměru  $r=240\text{m}$  rychlostí o velikosti  $20\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$  (a). Jakou nejmenší hodnotu musí mít koeficient statického tření mezi pneumatikami a silnicí, aby se auto nedostalo do smyku?

Jaký by měl být ideální sklon klopené zatáčky o stejném poloměru jako v příkladu (a) pro průjezd auta stejnou rychlostí? Za ideální považujeme takový sklon, že třecí síla není pro průjezd zatáčkou vůbec potřeba.



Obrázek 4



## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Nedochází ke smyku – půjde o statickou třecí sílu.

Země působí na auto gravitační silou  $F_G = mg$ , kolmou silou  $F_N$  a

třecí silou  $F_S$ . Auto se nepohybuje ve směru osy  $y$ , tedy  $F_G = F_N = mg$ . Protože ve směru osy  $x$  působí pouze statická třecí síla, je současně výslednou působící silou, v případě průjezdu kruhovou zatáčkou jde o sílu dostředivou, tedy

$$F_S = f_S mg = F_D = \frac{mv^2}{r}$$

Hledaný koeficient vyjádříme jako

$$f_S = \frac{v^2}{g \cdot r} = \frac{20^2}{9,81 \cdot 240} \frac{m^2 \cdot s^{-2}}{m} \doteq 0,17$$

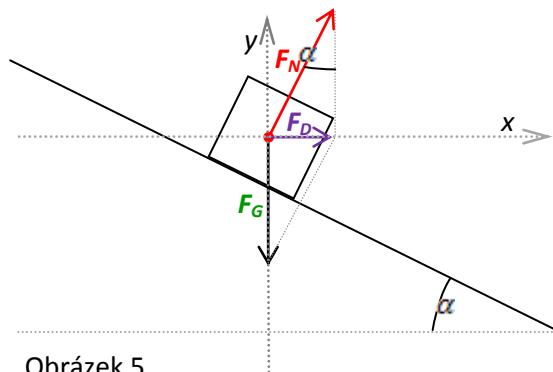
Chceme-li, aby třecí síla  $F_S$  nepůsobila, musí výsledná dostředivá síla vzniknout pouze jako součet působení síly tíhové a normálové – viz obrázek 5.

Sílu tíhovou vyjádříme jako  $F_G = mg$  a sílu dostředivou můžeme vyjádřit  $F_D = \frac{mv^2}{r}$ .

Podmínku pro sklon vozovky – úhel  $\alpha$  vyjádříme jako funkci tangens.

$$\tan \alpha = \frac{F_D}{F_G} = \frac{mv^2}{mgr} = \frac{v^2}{gr} \doteq 0,17$$

$$\alpha \doteq 29^\circ$$



Obrázek 5

### 3. Příklady k řešení (3.1, 3.2, 3.3 - Halliday, D., Resnick, R., & Walker, J., 2003, 3.4 – 3.10 – Lepil, O., Bednařík, M., & Šíroká, M., 1995)

3.1 Tíhová síla působící na dopravní letadlo je kompenzována svislou vztlakovou silou, kterou na letadlo působí okolní vzduch. Jak velká je tato vztlaková síla, je-li hmotnost letadla  $1,10 \cdot 10^5 \text{ kg}$ ? ( $1,08 \cdot 10^6 \text{ N}$ )

3.2 Motocykl o hmotnosti  $230 \text{ kg}$  dosáhne z klidu rychlosti  $100 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  během  $5,0 \text{ s}$ .

(a) Jak velké je zrychlení motocyklu, považujeme-li jej za konstantní;

(b) Jaká je velikost výsledné síly urychlující motocykl? ((a)  $5,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ , (b)  $1278 \text{ N}$ )



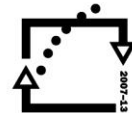
evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

- 3.3 Dělník vleče bednu po vodorovné podlaze pomocí lana, jež je od vodorovné roviny podlahy odkloněno o  $30^\circ$ . Dělník táhne silou 450N. Podlaha mj. působí na bednu vodorovnou silou o velikosti 150N, směřující proti jejímu pohybu. Vypočtete zrychlení bedny, je-li
- (a) Její hmotnost 200kg; ( $1,2m.s^{-2}$ )
  - (b) Váží-li bedna 200N. ( $11,8m.s^{-2}$ )
- 3.4 S jak velkým zrychlením se rozjíždí vlak o hmotnosti 500t, působí-li na něj tažná síla lokomotivy 120kN? ( $0,24m.s^{-2}$ )
- 3.5 Cyklista ujel při rozjíždění z klidu za 10s, vzdálenost 40m. Jak velkou stálou sílu svým šlapáním vyvíjel, musel-li současně překonávat odporové síly velikosti 30N? Hmotnost cyklisty včetně kola je 80kg. ( $94N$ )
- 3.6 Automobil o hmotnosti 1 200kg zvětšil rychlost ze  $72km.h^{-1}$  na  $90km.h^{-1}$  za dobu 5s.
- a) Jak velká síla tuto změnu rychlosti způsobila? ( $1,2kN$ )
  - b) Jakou vzdálenost při zvětšující se rychlosti automobil urazil? ( $112,5m$ )
- 3.7 Střela o hmotnosti 10g proletí hlavní pušky za 0,02s, přičemž získá rychlost  $380m.s^{-1}$ .
- a) Jak velká síla působila na střelu při výstřelu? ( $190N$ )
  - b) Jak velká je zpětná rychlost pušky, je-li její hmotnost 1kg? ( $3,8m.s^{-1}$ )
  - c) Jak velká je celková hybnost pušky se střelou po výstřelu? ( $0kg.m.s^{-1}$ )
- 3.8 O jaký úhel se musí odklonit cyklista od svislého směru, jestliže projíždí zatáčkou o poloměru 40m rychlostí  $36km.h^{-1}$ ? ( $\alpha \approx 14^\circ$ ).
- 3.9 Jak velká setrvačná odstředivá síla působí na řidiče o hmotnosti 60kg, jede-li v automobilu zatáčkou o poloměru 20m, rychlostí o velikosti  $10m.s^{-1}$ ? ( $400N$ )
- 3.10 Proudové letadlo letí rychlostí  $200m.s^{-1}$ . Určete nejmenší poloměr oblouku letadla, snese-li jeho pilot krátkodobě až devítinásobné přetížení; trajektorie letadla je v horizontální rovině. ( $453m$ )

#### 4. Použitá literatura

- Bednařík, M., Široká, M., & Bujok, P. (1993). *Fyzika pro gymnázia – mechanika*. Praha: Prometheus, ISBN 80-901619-3-1
- Halliday, D., Resnick, R., & Walker, J. (2003). *Fyzika – mechanika, 1*. Brno: VUT, ISBN 80-214-1868-0
- Hlavička, A et al. (1978). *Fyzika pro pedagogické fakulty, 1*. Praha: SPN
- Horský, J., Novotný, J., & Štefaník, M. (2001). *Mechanika ve fyzice*. Praha: Academia, ISBN 80-200-0208-1
- Lepil, O., Bednařík, M., & Široká, M. (1995). *Fyzika – sbírka úloh pro střední školy*. Praha: Prometheus, ISBN 80-7196-048-9
- Nečas, T. (2008). *Fyzika pro gymnázia – mechanika*. Brno: Přírodovědecká fakulta MU (disertační práce). Retrieved 30. 11. 2012 from World Wide Web:



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

[http://is.muni.cz/th/42311/prif\\_d/disertacni\\_prace.pdf](http://is.muni.cz/th/42311/prif_d/disertacni_prace.pdf)

### Obrázky

Obrázky 1, 2, 3, 4, 5 – Janeček, J. (2012). (Vytvořeny v programu Microsoft Office Word 2007)

Materiály jsou určeny pro bezplatné používání pro potřeby výuky a vzdělávání na všech typech škol a školských zařízení. Jakékoliv další využití podléhá autorskému zákonu. Dílo smí být dále šířeno pod licencí CC BY-SA ([www.creativecommons.cz](http://www.creativecommons.cz))