



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Digitální učební materiál

Číslo projektu	CZ.1.07/1.5.00/34.0802
Název projektu	Zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
Číslo a název šablony klíčové aktivity	III/2 – Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
Příjemce podpory	Gymnázium, Jevíčko, A. K. Vitáka 452

Název DUMu	Gravitační pole
Název dokumentu	VY_32_INOVACE_16_04
Pořadí DUMu v sadě	4
Vedoucí skupiny/sady	Mgr. Petr Mikulášek
Datum vytvoření	2. 3. 2013
Jméno autora	Mgr. Jiří Janeček
e-mailový kontakt na autora	janecek@gymjev.cz
Ročník studia	1.
Předmět nebo tematická oblast	Fyzika
Výstižný popis způsobu využití materiálu ve výuce	Shrnutí a procvičování učiva. Inovace: využití ICT, netradiční úlohy, mezipředmětové vztahy - matematika

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

1. Základní pojmy

Newtonův gravitační zákon říká, že síla mezi planetou a Sluncem je přímo úměrná součinu jejich hmotností a nepřímo úměrná druhé mocnině jejich vzdálenosti

$$F = \kappa \frac{Mm}{r^2} \quad (1)$$

pro libovolná 2 tělesa o hmotnostech m_1 a m_2 Newton formuloval **zákon všeobecné gravitace** ve tvaru

$$F = \kappa \frac{m_1 m_2}{r^2} \text{ respektive vektorově } \mathbf{F} = \kappa \frac{m_1 m_2}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r} \quad (2)$$

A říká, že síla, kterou se přitahují 2 tělesa o hmotnostech m_1 a m_2 , je přímo úměrná součinu jejich hmotností a nepřímo úměrná čtverci jejich vzdálenosti (Hlavička, A., 1978), κ je gravitační konstanta

$$\kappa = (6,670 \pm 0,007) \cdot 10^{-11} \text{ kg}^{-1} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}. \quad (3)$$

Intenzita gravitačního pole E v daném bodě pole je vektor určený podílem gravitační síly F vyvolané tělesem o hmotnosti M a hmotnosti tělesa m , na něž pole působí (Hlavička, A., 1978)

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{m} = -\kappa \frac{M}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r}. \quad (4)$$

Je zřejmé, že působením síly dle (4) začne těleso padat ke středu tělesa hmotnosti M s **gravitačním zrychlením a_g** jež určíme pomocí (4) a 1. Newtonova pohybového zákona vztahem

$$F_g = ma_g = mE = \kappa \frac{Mm}{r^2} \Rightarrow a_g = \kappa \frac{M}{r^2} = E. \quad (5)$$

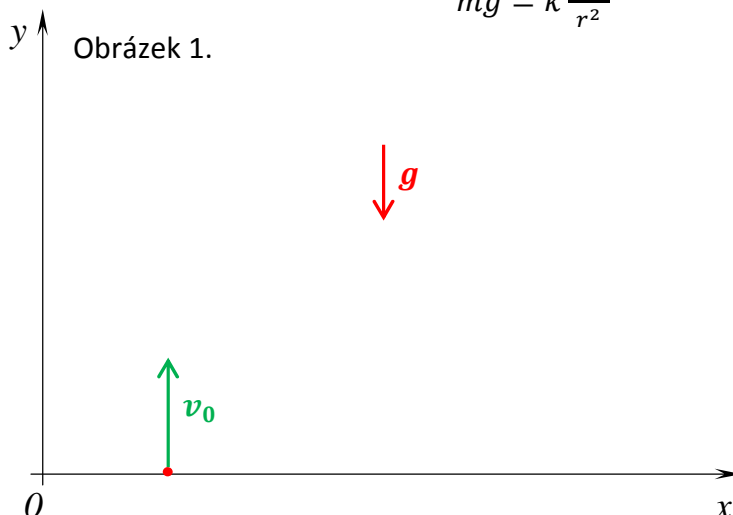
Protože Země je neinerciální otáčející se vztažná soustava, kromě gravitační síly F_g působí na všechna tělesa při zemském povrchu také setrvačná síla F_s ; tíhová síla F_G je potom dána jejich součtem (Bednařík, M., Bujok, P. & Šíroká, M., 1993)

$$\mathbf{F}_G = \mathbf{F}_g + \mathbf{F}_s. \quad (6)$$

Působíště tíhové síly F_G umísťujeme do těžiště tělesa, působíště tíhy G umísťujeme do stykové plochy tělesa s podložkou/závěsem. Obě mají původ v tíhovém poli Země (Bednařík, M., Bujok, P. & Šíroká, M., 1993).

Volný pád – neuvažuje odpor vzduchu proti pohybu tělesa, působí na něj pouze jeho tíha (konstantní), působí ve směru pohybu, má stálou velikost i směr. Popisujeme tedy pohyb rovnoměrně zrychlený se zrychlením gravitačním a_g (označujeme ho g):

$$mg = \kappa \frac{Mm}{r^2} \quad (7)$$



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Rychlost je dána vztahem

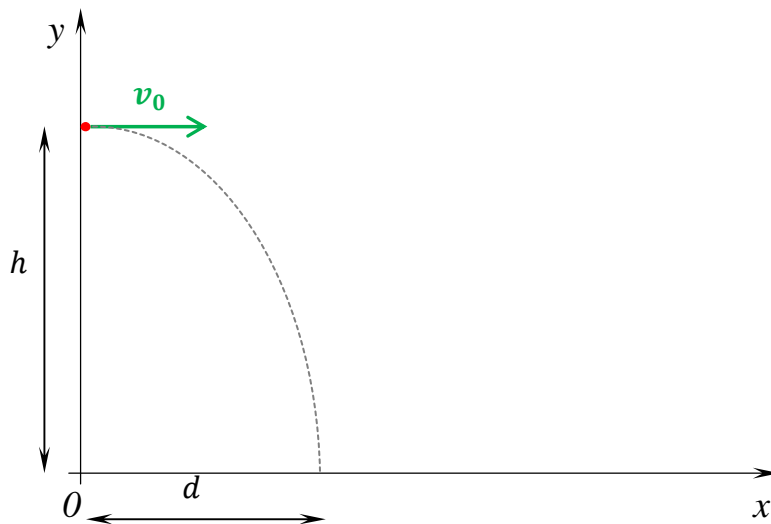
$$v = v_0 - gt \quad (8)$$

okamžitá výška tělesa vztahem

$$y = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 . \quad (9)$$

Vodorovný vrh – vznik složením pohybu **rovnoměrného přímočarého** ve směru osy x a **volného pádu** ve směru osy y .

Obrázek 2.

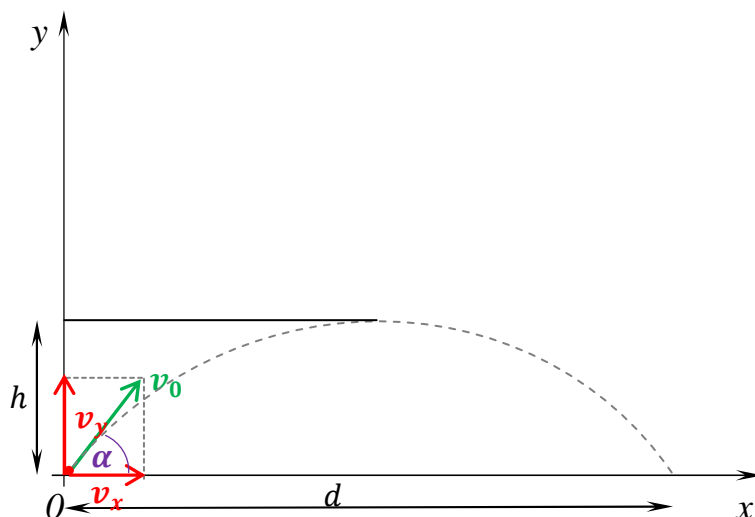


Pohybové rovnice jsou dány vztahy

$$\begin{aligned} x &= v_0 t. \\ y &= h - \frac{1}{2} g t^2. \end{aligned} \quad (10)$$

Šikmý vrh vzhůru – počáteční rychlost tělesa šikmo vzhůru je v_0 , elevační úhel α .

Obrázek 3.





evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Pohybové rovnice jsou dány vztahy

$$\begin{aligned}x &= v_x t = v_0 t \cos \alpha \\y &= v_y t - \frac{1}{2} g t^2 = v_0 t \sin \alpha - \frac{1}{2} g t^2.\end{aligned}\quad (11)$$

V nejvyšším bodě je rychlost v_y nulová tedy

$$v_y = \frac{dy}{dt} = v_0 t \sin \alpha - g t \text{ a odtud doba výstupu} \quad (12)$$

$$t_V = \frac{v_0 t \sin \alpha}{g}. \quad (13)$$

Ze (13) dosadíme do (11) a dostaneme maximální výšku výstupu

$$y_V = v_y t_V - \frac{1}{2} g t_V^2 = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}. \quad (14)$$

Těleso dopadne za

$$t_D = 2t_V \Rightarrow x_D = v_0 2 \frac{v_0 t \sin \alpha}{g} \cos \alpha = v_0^2 \frac{\sin 2\alpha}{g}. \quad (15)$$

Kosmické rychlosti (Hlavička, A., 1978).

První kosmická rychlost (kruhová rychlost) je rychlostí, jakou těleso musí mít, aby mohlo začít obíhat kolem Země. Předpokládáme dostředivou sílu k udržení rovnoměrného pohybu po kružnici ve tvaru $\frac{mv^2}{r}$ danou gravitační silou $\kappa \frac{Mm}{r^2}$. Odtud dostaneme

$$v_K = \sqrt{\kappa \frac{M}{r}} = \sqrt{g \frac{R^2}{R+h}} \quad (16)$$

Lze-li h zanedbat $v_K = \sqrt{gR} = 7,906 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. O **druhé kosmické rychlosti** (rychlosti potřebné, aby se těleso na Zem nevrátilo) dostaneme $v_{\dot{U}} = v_K \sqrt{2} \doteq 11,2 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$. Rychlost, která umožní i únik tělesa z gravitačního pole Slunce nazýváme **třetí kosmická rychlost** $v_{\dot{U}S} \geq 16,6 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ při využití rychlosti pohybu Země okolo Slunce. **Čtvrtá kosmická rychlost** je rychlost potřebná k úniku tělesa z Galaxie.

Keplerovy zákony (Bednařík, M., Bujok, P. & Šíroková, M., 1993).

První Keplerův zákon – tvar trajektorie planet: planety se pohybují kolem Slunce po elipsách málo odlišných od kružnic, v jejichž společném ohnisku je Slunce.

Druhý Keplerův zákon – vysvětlení způsobu pohybu planet: obsahy ploch opsaných průvodičem planety za jednotku času jsou konstantní.

Třetí Keplerův zákon – vztah mezi oběžnými dobami planet a hlavními polosami jejich trajektorií: poměr druhých mocnin oběžných dob planet je roven poměru třetích mocnin hlavních poloos jejich trajektorií.

Sluneční soustava.

Kamenné planety – Merkur, Venuše, Země, Mars

Plynné planety – Jupiter, Saturn, Uran, Neptun

Měsíce planet – obíhají kolem většiny planet (nejvíce Jupiter, Saturn a Uran)

Planetky – od průměru v řádech metrů do průměru 1 000 km (Ceres)

Kometry – pohyb kolem slunce po protáhlých elipsách, jádro průměr několik km. Pohyb kolem slunce uvolní částice a plyny = **koma** (svítící atmosféra).

Meteory – části rozpadlých komet, pohybující se atmosférou (shoří)



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Meteority – zbytky meteorů dopadlých na Zem

2. Řešený příklad (Lepil, O., Bednařík, M., & Šíroká, M., 1995)

Z věže vysoké 80m byl vodorovným směrem vržen míč počáteční rychlostí $50\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. Urči

- Za jakou dobu a v jaké vzdálenosti míč dopadne
- Jak velká bude rychlost při dopadu míče.

Pohybové rovnice jsou dány vztahy (10)

$$x = v_0 t.$$

$$y = h - \frac{1}{2} g t^2.$$

- V okamžiku dopadu míče na vodorovnou rovinu, tedy za dobu t_D od počátku pohybu, jsou souřadnice polohy $x=d$, $y=0$. Podmínku $y=0$ dosadíme do 2. Rovnice pro y z (10) a dostaneme dobu t_D :

$$t_D = \sqrt{\frac{2h}{g}} \text{ odtud}$$

vzdálenost místa dopadu $d = v_0 \cdot t_D$:

$$d = v_0 \cdot t_D = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Pro dané hodnoty dostaneme $t_D = 4\text{s}$ a $d = 200\text{m}$.

- Pro souřadnice okamžité rychlosti v závislosti na čase platí $v_x = v_0$, $v_y = g \cdot t_D$. Velikost výsledné rychlosti bude

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + (g t_D)^2} = 63,6\text{m}\cdot\text{s}^{-1}.$$

3. Příklady k řešení (Lepil, O., Bednařík, M., & Šíroká, M., 1995)

- Jak velkou silou se přitahují 2 hmotné body, každý o hmotnosti 1g, jejichž vzájemná vzdálenost je 10cm? ($6,67 \cdot 10^{-15}\text{N}$)
- Urči velikost intenzity gravitačního pole Země při jejím povrchu, víš-li, že na člověka o hmotnosti 60kg působí gravitační síla velikosti 588N. ($9,8\text{N}\cdot\text{kg}^{-1}$)
- Jakou obvodovou rychlost musí mít umělá družice Země, aby se ve vzdálenosti 2000 km od povrchu Země pohybovala po kružnici. Vypočítejte čas jednoho oběhu. ($6,9\text{km}\cdot\text{s}^{-1}$, 2hod 7min 9s)
- Vypočítej hmotnost Měsíce, je-li jeho poloměr 1 738km a gravitační zrychlení na povrchu $1,62\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$. ($7,3 \cdot 10^{22}\text{kg}$)
- Jak velká tíhová síla působí na těleso o hmotnosti 1t na zeměpisném pólu a jaká na rovníku? (na zeměpisném pólu 9830N a na rovníku 9780N)
- Kámen vystřelený svisle vzhůru rychlostí $30\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. Urči
 - Velikost okamžité rychlosti za dobu 1s od počátku pohybu ($20\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)
 - Okamžitou výšku kamene za dobu 1s od počátku pohybu a (25m)
 - Jak nejvýše kámen vystoupá. (45m)



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

- 3.7 Jak velkou rychlostí tryská voda z hubice vodotrysku, vystupuje-li do výšky 20m? ($20\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)
- 3.8 Z věže vysoké 80m byl vystřelen šíp vodorovným směrem, počáteční rychlost šípu je $40\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ a jeho hmotnost 10g.
- Za jakou dobu a v jaké vzdálenosti od paty věže šíp dopadne na vodorovnou rovinu? (4s , 160m)
 - Jaká je kinetická energie šípu na počátku pohybu? (8J)
 - Jaká je tíhová potenciální energie šípu na počátku pohybu? (8J)
 - Jaká je celková mechanická energie šípu během jeho pohybu? (16J)
- 3.9 Míč vykopnutý z povrchu hřiště pod úhlem 45° má počáteční rychlost $20\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. Urči
- Do jaké výšky míč vystoupá, (10m)
 - Do jaké vzdálenosti od místa výkopu dopadne na hřiště. (40m)
- 3.10 Doba oběhu Jupiteru kolem Slunce je 11,9roků. Určete jeho střední vzdálenost od Slunce. ($5,2\text{AU}$)

4. Reference

- Bednařík, M., Bujok, P. & Široká, M. (1993). *Fyzika pro gymnázia – mechanika*. Praha: Prometheus, ISBN 80-901619-3-1
- Hlavička, A., et al. (1978). *Fyzika pro pedagogické fakulty, 1*. Praha: SPN
- Lepil, O., Bednařík, M., & Široká, M. (1995). *Fyzika – sbírka úloh pro střední školy*. Praha: Prometheus, ISBN 80-7196-048-9

Obrázky

Obrázky 1, 2, 3 Janeček, J. (2012) (Vytvořeny v programu Microsoft Office Word 2007)

Materiály jsou určeny pro bezplatné používání pro potřeby výuky a vzdělávání na všech typech škol a školských zařízení. Jakékoliv další využití podléhá autorskému zákonu. Dílo smí být dále šířeno pod licencí CC BY-SA (www.creativecommons.cz)