



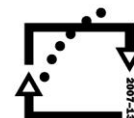
evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Digitální učební materiál

Číslo projektu	CZ.1.07/1.5.00/34.0802
Název projektu	Zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
Číslo a název šablony klíčové aktivity	III/2 – Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
Příjemce podpory	Gymnázium, Jevíčko, A. K. Vitáka 452

Název DUMu	Mechanika tuhého tělesa
Název dokumentu	VY_32_INOVACE_16_05
Pořadí DUMu v sadě	5
Vedoucí skupiny/sady	Mgr. Petr Mikulášek
Datum vytvoření	6. 5. 2013
Jméno autora	Mgr. Alena Luňáčková
e-mailový kontakt na autora	lunackova@gymjev.cz
Ročník studia	1.
Předmět nebo tematická oblast	Fyzika
Výstižný popis způsobu využití materiálu ve výuce	Materiál pro přípravu na profilovou část maturitní zkoušky z fyziky Inovace: mezipředmětové vztahy s matematikou, využití ICT, mediální techniky.



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

MECHANIKA TUHÉHO TĚLESA

Tuhé těleso, pohyb tuhého tělesa, moment síly vzhledem k ose otáčení, skládání sil, dvojice sil, rozkládání sil, těžiště tuhého tělesa, rovnovážná poloha tuhého tělesa, stabilita tuhého tělesa, moment setrvačnosti vzhledem k ose otáčení, kinetická energie tuhého tělesa, jednoduché stroje.

Tuhé těleso - ideální pevné těleso, které se nedeformuje sebevětší silou; jestliže na něj působí síla, má tato síla účinky pouze dynamické (pohybové).

Může se pohybovat pohybem :

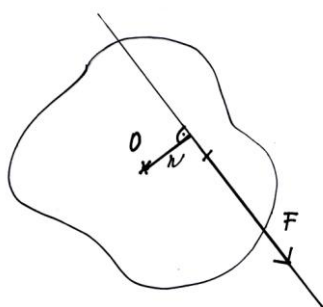
- **posuvným (translačním)** - všechny body tělesa mají stejnou rychlost a opisují stejné trajektorie,
- **otáčivým (rotačním)** – všechny body tělesa mají stejnou úhlovou rychlost a opisují soustředné kružnice se středem v ose otáčení.

Moment síly vzhledem k ose otáčení - vyjadřuje otáčivý účinek síly na tuhé těleso.

Moment síly..... M $\vec{N} \cdot \vec{m}$vektorová veličina, která leží v ose otáčení

$$\mathbf{M} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{r} \quad \vec{N} \cdot \vec{m}$$

r.... rameno síly = kolmá vzdálenost osy otáčení a vektorové přímky síly



O osa otáčení

F.....síla, která působí na tuhé těleso

rvelikost ramene síly

M....moment síly (vektor)

Směr momentu síly určíme **pravidlem pravé ruky**: Prsty ukazují směr síly, rameno vstupuje do dlaně a vztyčený palec ukazuje směr momentu.

Na těleso může působit současně i několik sil. Jejich otáčivý účinek určíme jako součet momentů jednotlivých sil s ohledem na znaménko (+ ... proti směru chodu hodinových ručiček, - ... po směru chodu hodinových ručiček).



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Otáčivý účinek několika sil působících na tuhé těleso se ruší, je-li součet jejich momentů vzhledem k téže ose nulový.

$$M = M_1 + M_2 + M_3 + \dots + M_n = 0 \dots\dots\dots \text{momentová věta}$$

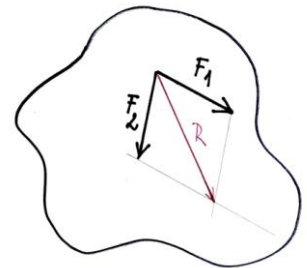
Skládání sil

- nahrazujeme síly jedinou silou = **výslednicí sil**, která má na těleso stejné účinky jako skládané síly,
- síly, které skládáme = **složky**.

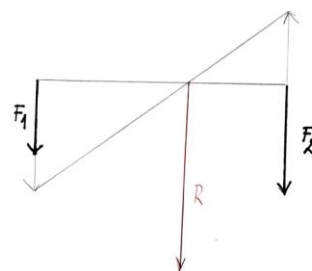
a) Skládání sil působících na těleso v jednom bodě rovnoběžné



různoběžné

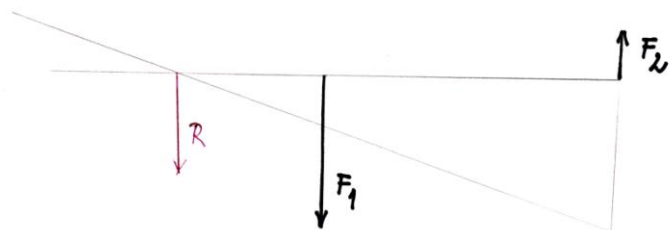


b) Skládání sil působících na těleso v různých bodech rovnoběžné souhlasně orientované



Výslednice dvou sil rovnoběžných souhlasně orientovaných, je rovna jejich součtu, je s nimi rovnoběžná a souhlasně orientovaná. Působíště výslednice leží na spojnici obou sil, mezi působíšti obou sil, blíže k síle větší.

rovnoběžné nesouhlasně orientované



Výslednice leží vně obou sil, blíže k síle větší, je s nimi rovnoběžná, orientaci má souhlasnou se složkou větší. Velikost je rovna rozdílu obou složek.



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

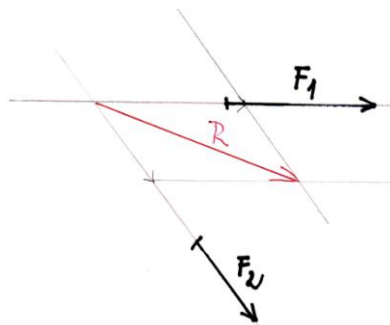
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Dvojice sil - dvě síly stejné velikosti, rovnoběžné (neleží v jedné přímce), opačného směru.

- nelze je nahradit jednou výslednou silou

- způsobí OTOČENÍ, což vyjádříme momentem dvojice sil $M = F \cdot d$

d rameno dvojice sil = kolmá vzdálenost vektorových přímk
nesouhlasně orientované



c) Skládání několika rovnoběžných sil

- skládáme je postupně

Těžiště tuhého tělesa je působiště výslednice všech tíhových sil, které působí na jednotlivé hmotné body tělesa.

Těžiště stejnorodých a pravidelných těles je v jejich geometrickém středu (koule, krychle), ale může ležet i mimo těleso (prsten, obruč). Těžiště ostatních těles určujeme experimentálně.

Rovnovážná poloha tuhého tělesa

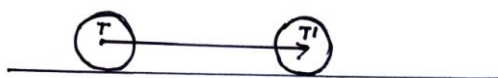
Každé tuhé těleso je v rovnovážné poloze, jestliže moment sil působících na těleso je roven nule (výslednice sil = 0).

a) stálá (stabilní) rovnovážná poloha

- těleso je zavěšené nad těžištěm, při vychýlení těžiště stoupá,
- potenciální tíhová energie tělesa se zvětšuje a těleso je silou vráceno zpět do rovnovážné polohy stálé.



b) volná (indiferentní) rovnovážná poloha - poloha těžiště ani potenciální tíhová energie se nemění





evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

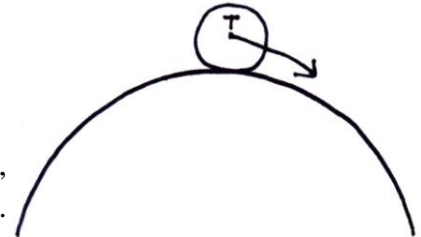


OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

c) vratká (labilní) rovnovážná poloha

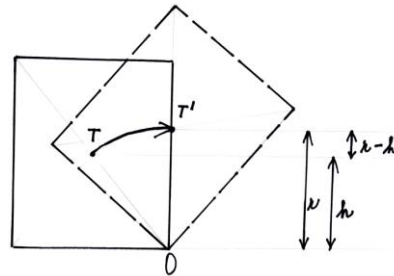
- osa je pod těžištěm,
- při vychýlení se těleso ustálí v rovnovážné poloze stálé,
- poloha těžiště i potenciální tíhová energie se zmenšuje.



Stabilita tělesa – je mírou práce, kterou musíme vykonat, abychom těleso ze stálé rovnovážné polohy převedli do polohy vratké.

- těleso je v rovnovážné poloze stálé, jestliže je podepřené ve třech bodech, které neleží v jedné přímce.

$$W = F \cdot s = G \cdot (r - h) = mg \cdot (r - h)$$



Moment setrvačnosti vzhledem k ose otáčení

$$J = m \cdot r^2 \quad \left[\text{kgm}^2 \right]$$

$$E_{k_1} = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 r^2$$

m ... hmotný bod tuhého tělesa, který koná otáčivý pohyb

r ... vzdálenost hmotného bodu od osy otáčení

E_{k_1} ... kinetická energie tohoto bodu

v ... dráhová rychlost, není stejná

J ... moment setrvačnosti

- výsledný moment setrvačnosti je roven součtu všech jednotlivých momentů
- moment setrvačnosti závisí na hmotnosti tělesa a na vzdálenosti od osy
- **setrvačnick** je těleso, které má velký moment setrvačnosti

$$E_k = \frac{1}{2} J \omega^2 \dots\dots \text{kinetická energie otáčivého pohybu}$$

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2 \dots\dots\dots \text{kinetická energie posuvného pohybu}$$

$$E_{k_c} = \frac{1}{2} J \omega^2 \dots\dots\dots \text{celková kinetická energie}$$

Jednoduché stroje – usnadňují konání mechanické práce

- páky, kladky, kladkostroj, kolo na hřídeli, nakloněná rovina, klín a šroub.



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Příklady:

1. Na tyč působí dvě rovnoběžné síly velikosti $F_1 = 4N, F_2 = 3N$ ve vzdálenosti 28cm od sebe. Určete velikost a působišť výslednice, jsou-li síly orientovány a) souhlasně, b) nesouhlasně.

Řešení : $F_1 = 4N, F_2 = 3N, AB = d = 28cm$.

- a) Velikost výslednice $F = F_1 + F_2 = 7N$.

Označme O působišť hledané výslednice: $OA = x, OB = (d - x)$

$$\frac{OA}{OB} = \frac{F_2}{F_1} \quad \frac{x}{d-x} = \frac{F_2}{F_1} \Rightarrow F_1 x = F_2 (d-x) \Rightarrow x = \frac{F_2 d}{F_1 + F_2} = \frac{3}{7} \cdot 28cm = 12cm.$$

Působišť výslednice je na úsečce spojující působišť obou sil F_1 a F_2 , a to 12cm od působišť síly F_1 a 16cm od působišť síly F_2 .

- b) Velikost výslednice $F = F_1 - F_2 = 1N$.

$$OA = x \quad OB = d + x \quad \frac{x}{d+x} = \frac{F_2}{F_1} \Rightarrow F_1 x = F_2 (d+x) \Rightarrow x = \frac{F_2 d}{F_1 - F_2} = \frac{3}{1} \cdot 28cm = 84cm.$$

Působišť výslednice je na prodloužené spojnici obou působišť na straně síly F_1 , a to 84cm od působišť síly F_1 a 112cm od působišť síly F_2 .

Ve vhodně voleném měřítku určete polohu působišť výslednice v obou případech graficky; porovnejte výsledek s výpočtem.

2. Na koncích tyče délky 1,4m působí rovnoběžné síly stejného směru o velikosti $F_1 = 60N$ a $F_2 = 80N$. Určete velikost a působišť výslednice graficky a výpočtem.

$$(r_1 = 80cm, r_2 = 60cm, F = 140N)$$

3. Dva lidé nesou těleso o hmotnosti 105kg zavěšené na vodorovné tyči. První z nich opírá tyč o rameno ve vzdálenosti 65cm od závěsného bodu tělesa. V jaké vzdálenosti od závěsného bodu podpírá tyč druhý člověk, působí-li na něj poloviční tlaková síla jako na prvního? Kolik nese který z nich? Hmotnost tyče je zanedbatelná vzhledem k hmotnosti tělesa.

$$(130cm, 700N, 350 N)$$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

4. Mostovým jeřábem o délce 12m je přenášeno těleso o hmotnosti 1500kg zavěšené na háku ve vzdálenosti 5m od jednoho konce mostu. Jak velikou tlakovou silou působí těleso na nosníky mostu na jedné a na druhé straně ?

Řešení : $F = 15 \cdot 10^3 N, OA = 5m, OB = 7m; F_1 = ?, F_2 = ?$

$$F_1 + F_2 = F ; \frac{OA}{OA+OB} = \frac{F_2}{F_1+F_2} ; \frac{OA}{AB} = \frac{F_2}{F} \Rightarrow F_2 = \frac{OA}{AB} F = \frac{5}{12} \cdot 15 \cdot 10^3 = 6,25 \cdot 10^3 N ;$$

$$F_1 = \frac{OB}{OA} \cdot F_2 = \frac{7}{5} \cdot 6,25 \cdot 10^3 = 8,75 \cdot 10^3 N .$$

Těleso působí na nosník, který je ve vzdálenosti 5m silou 8750N, na vzdálenější nosník silou 6250N.

5. Čtyřboký hranol o hmotnosti 90kg má délku hrany čtvercové podstavy 0,3m a výšku 0,9m. Jakou má stabilitu (tj. jakou práci musíme vykonat, abychom jej překlopili) a) stojí-li na vodorovné podložce, b) leží-li na vodorovné podložce ?

(22J, 292J)

6. Homogenní válec se otáčí kolem své rotační osy s frekvencí 20 Hz. S jakou frekvencí by se musela otáčet homogenní koule o stejném poloměru a stejné hmotnosti, aby měla stejnou kinetickou energii jako válec ? ($J_V = \frac{1}{2}mr^2, J_K = \frac{2}{5}mr^2$)

$$(f_K = \frac{f_V}{2} \sqrt{5} = 10\sqrt{5} = 22Hz)$$

7. Setrvačnick tvaru homogenního válce má hmotnost 50 kg a moment setrvačnosti vzhledem k rotační ose 4 kgm². Setrvačnick se otáčí úhlovou rychlostí 100rad s⁻¹. Určete a) kinetickou energii setrvačnicku, b) rychlost, kterou by se musel pohybovat posuvným pohybem, aby měl stejnou kinetickou energii, c) rychlost, kterou by se musel pohybovat valivým pohybem, aby měl stejnou kinetickou energii.

$$(E_k = \frac{1}{2}J\omega^2 = 20kJ, v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}} = 28ms^{-1}, v = \sqrt{\frac{4E_k}{3m}} = 23ms^{-1})$$

8. Autíčko, které je na setrvačnick o momentu setrvačnosti 2.10⁻⁷ kgm² a hmotnosti 140g, se rozjíždí a setrvačnick je roztočen s frekvencí 100Hz. Jaké rychlosti autíčko dosáhne na vodorovné rovině? Předpokládejte, že se rozjíždí z klidu, tření a valivý odpor zanedbejte.

$$(\text{Řešte na základě ZZE} \Rightarrow \frac{1}{2}J\omega^2 = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = 2\pi f \sqrt{\frac{J}{m}} = 0,75ms^{-1})$$



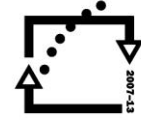
evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

9. Válec hmotnosti 100kg a průměru 50cm se valí po vodorovné podložce rychlostí $0,8\text{ms}^{-1}$. Vypočtete a) kinetickou energii válce, b) velikost síly, která působí ve vodorovném směru a udržuje válec v rovnoměrném přímočarém pohybu, je-li rameno valivého odporu 65mm .
($E_k = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}J\omega^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}mr^2\omega^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{4}mr^2\frac{v^2}{r^2} = \frac{3}{4}mv^2 = 48\text{J}$, $F = \xi \frac{G}{r} = 260\text{N}$)
10. Určete polohu těžiště tyče délky $0,32\text{m}$, jejíž jedna polovina je z olova, druhá z hliníku. Hustoty olova a hliníku vyhledejte v MFChT.
(Těžiště je v olověné části tyče ve vzdálenosti $11,1\text{cm}$ od jejího konce).



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Seznam použité literatury a pramenů:

- Bednařík, M.- Šíroká, M.: Mechanika. Prometheus, Praha 2002. 288s. ISBN 80-7196-176-0.
- Lepil, O.- Bednařík, M.- Šíroká, M.: Fyzika. Sbíрка úloh pro střední školy. Prometheus, Olomouc 1995. 269s. ISBN 80-7196-048-9.
- Kružík, M.: Sbíрка úloh z fyziky. Státní pedagogické nakladatelství, n. p., Praha 1984. 335s. ISBN 14-117-84.

Necitované objekty (užité v tomto DUM) jsou dílem autora.

Materiál je určen pro bezplatné užívání pro potřebu výuky a vzdělávání na všech typech škol a školských zařízení. Jakékoliv další využití podléhá autorskému zákonu.

Dílo smí být šířeno pod licencí CC BY – SA.