INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Digitální učební materiál

Číslo projektu	CZ.1.07/1.5.00/34.0802
Název projektu	Zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
Číslo a název šablony klíčové aktivity	III/2 – Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
Příjemce podpory	Gymnázium, Jevíčko, A. K. Vitáka 452

Název DUMu	**Mechanika kapalin a plynů**
Název dokumentu	VY_32_INOVACE_16_6
Pořadí DUMu v sadě	6
Vedoucí skupiny/sady	**Mgr. Petr Mikulášek**
Datum vytvoření	2. 6. 2013
Jméno autora	Mgr. Jiří Janeček
e-mailový kontakt na autora	janecek@gymjev.cz
Ročník studia	**1.**
Předmět nebo tematická oblast	**Fyzika**
Výstižný popis způsobu využití materiálu ve výuce	**Shrnutí a procvičování učiva.** **Inovace: využití ICT, netradiční úlohy, mezipředmětové vztahy - matematika**

1. Základní pojmy

Dokonalá (ideální) tekutina – částice se posouvají bez působení sil (bez práce); v přírodě se nevyskytují – **skutečné tekutiny**: odpor proti změně tvaru – **viskozita**. Kapalina v nádobě vyplní její objem, povrch je vymezen plochou – **volná hladina**. Body plochy, jež je v kapalině pod stálým tlakem se nazývají **hladiny** (Hlavička, A, 1978). Dokonalá tekutina je bez vnitřního tření a nestlačitelná. Kapaliny mají stálý objem (při minimálních fluktuacích vnějších podmínek).

Plyny jsou **rozpínavé** (nemají stálý objem a vždy vyplní celou nádobu), jsou snadno **stlačitelné**, **ideální plyny** vyhovují zákonu Boyleovu-Mariottovu a Gay-Lussacovu, reálné plyny se liší.

Na tekutiny působí síly **plošné** a **objemové** (Hlavička, A., 1978). Plošné síly jsou síly sousedních částic na povrch daného objemu, objemové síly působí na hmotné částice přímo v daném objemu tekutiny. Působí-li tlaková síla F na plochu S rovnoměrně kolmo, potom **tlakem** nazveme veličinu

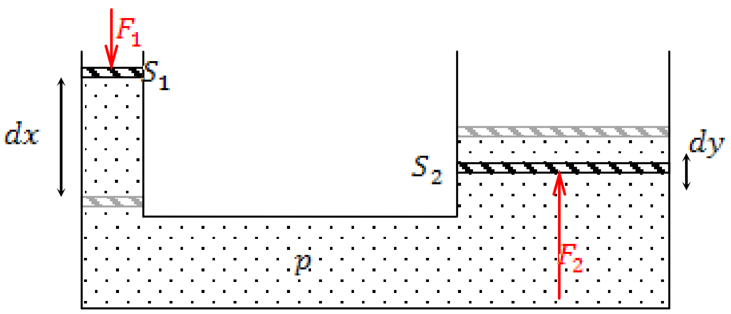
$p = \frac{F}{S}$ jednotkou tlaku je $[p] = \frac{N}{m^2} = Pa$ pascal. (1)

Zmenšujeme-li plochu ΔS neomezeně k 0 $\Delta S \to 0$ bude i $\Delta F \to 0$ a tedy platí

$$p = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\Delta F}{\Delta S} = \frac{dF}{dS} . \qquad (2)$$

Pascalův zákon říká, že tlak v kapalinách působí všemi směry rovnoměrně.

Aplikace: hydraulický lis



Obrázek 1

Uvažujeme-li zařízení z obrázku 1 a aplikujeme Pascalův zákon a uvažujeme nestlačitelnost kapaliny, můžeme psát, že

$$V_1 = V_2 \text{ a tedy } S_1 dx = S_2 dy \qquad (3)$$

Platí-li rovněž zákon zachování energie, potom

$$F_1 dx = F_2 dy \tag{4}$$

dostaneme

$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} \tag{5}$$

čímž dokážeme Pascalův zákon a dostáváme poměr sil hydraulického lisu.

Hydrostatický tlak je tlak vyvolaný působením tíhového pole Země na tekutinu. Obecně hydrostatickou sílu tedy vyjádříme jako

$$F_H = G = mg \tag{6}$$

vyjádříme-li hmotnost v (6) pomocí hustoty kapaliny

$$F_H = \rho S h g \tag{7}$$

dosadíme-li tuto do vztahu (1) a S a h je definice objemu nádoby, přejde (1) do tvaru

$$p = \frac{F_H}{S} = \frac{\rho S h g}{S} = h\rho g \tag{8}$$

Kde ρ je hustota kapaliny h je hloubka pod volným povrchem. Je zřejmé, že velikost hydrostatického tlaku nezávisí na tvaru nádoby (objemu kapaliny), ale pouze na velikosti povrchu (plochy dna nádoby), na kterou hydrostatická síla působí – **hydrostatický paradoxon**.

Pro atmosférický tlak (tlak vyvolaný hydrostatickou tlakovou silou, jako důsledek zemské přitažlivosti) je dán vztahem

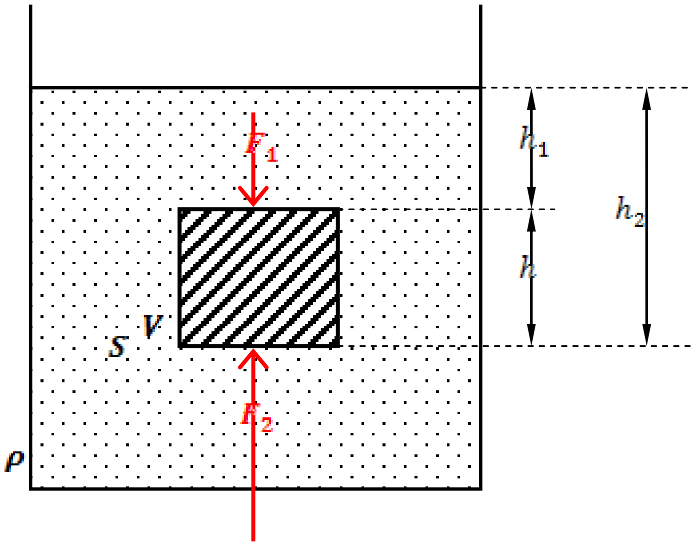
$$p_A = p_0^{\left(\frac{-\rho_0 h g}{p_0}\right)} \tag{9}$$

Torriceliho pokus je základem pro měření atmosférického tlaku; ponoříme-li jednostranně uzavřenou trubici naplněnou rtutí do nádoby naplněné rtutí dnem vzhůru, ustálí se hladina v trubici cca 75cm nad volnou hladinou rtuti v nádobě. Dle (5) a (8) je atmosférický tlak atmosféry roven hydrostatickému tlaku rtuti v trubici.

Normální tlak vzduchu odpovídá tlaku sloupce rtuti o výšce 0,76m při teplotě 0°C, kdy je hustota rtuti $\rho = 13{,}595\ 1 kg.m^{-3}$ tedy tlaku $p_N = 1\ 013{,}25 hPa = 760 torr$.

Vztlaková síla $\boldsymbol{F_{VZ}}$ nadlehčuje těleso v tekutině, má opačný směr než síla tíhová $\boldsymbol{F_G}$. Budeme-li uvažovat těleso ponořené do kapaliny dle obrázku 2, vyjádříme vztlakovou sílu jako

$$F_{VZ} = F_2 - F_1\ . \tag{10}$$



Obrázek 2

Tedy jako rozdíl hydrostatických sil v různých hloubkách (vzdálenosti od volného povrchu) kapaliny

$$F_{VZ} = F_2 - F_1 = \rho S h_2 g - \rho S h_1 g = \rho S h g = \rho V g \ . \tag{11}$$

tomuto vyjádření říkáme **Archimedův zákon**: „Těleso ponořené do kapaliny je nadlehčováno silou, která je rovna tíze kapaliny tělesem vytlačené."

Tělesa v kapalině se tedy mohou dle vzájemných hustot materiálů chovat následovně:

- $\rho_T > \rho$ (ρ_T je hustota tělesa, ρ je hustota kapaliny) – těleso **klesá**
- $\rho_T = \rho$ těleso se **vznáší**
- $\rho_T < \rho$ těleso **stoupá** k hladině, částečně se vynoří a **plove**.

Proudění – hydrodynamika – je určeno rychlostí a tlakem proudící kapaliny v daném bodě a čase. Je-li rychlost a tlak v určitém místě stálý, jde o **proudění stacionární**. Myšlené křivky se stejným směrem jako rychlosti částic nazýváme **proudnice**, které v prostoru vytváří **proudové pole**. Vybereme-li v tomto poli určitou plochu, jejíž ohraničující křivku proložíme proudnicemi, dostaneme **proudovou trubici**, jejímu obsahu říkáme **proudové vlákno**. Při proudění, kdy se nemění poloha částic (proudnice jsou stále rovnoběžné) se nazývá **proudění laminární**, proudění s rychlostí vyšší než kritickou nazveme proudění **turbulentní**.

Uvažujeme-li ustálené laminární proudění v uzavřené trubici, je zřejmé, že za jednotku času projde každým průřezem uzavřené trubice stejné množství (hmotnost) kapaliny, tedy

$$M_1 = M_2 \Rightarrow \rho V_1 = \rho V_2 \Rightarrow S_1 v_1 = S_2 v_2 \Rightarrow \boldsymbol{Sv = const.}\,. \tag{11}$$

(11) vyjadřuje **rovnici kontinuity** toku (resp. zákon zachování hmotnosti) – součin plochy průřezu proudové trubice a rychlosti má ve všech místech trubice stejnou hodnotu (Hlavička, A., 1978). Sledujeme-li stejnou situaci a uvažujeme **zákon zachování energie,** platí

$$E_K + E_P = const.\,, \tag{12}$$

Dosadíme-li do (12)

$$E_K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\rho V v^2$$

$$E_P = W = F.s = \frac{F}{S}\,S.s = \frac{F}{S}\,V = pV \tag{13}$$

dostaneme

$$E_K + E_P = \frac{1}{2}\rho V v^2 + pV = \frac{1}{2}\rho v^2 + p = const.\,, \tag{14}$$

Což je **Bernoulliho rovnice** proudění ideální kapaliny ve vodorovném potrubí.
Je-li zúžení trubice velké (a výrazně se zvýší i rychlost proudění, může vzniknout **podtlak** – tlak klesne pod hodnotu tlaku atmosférického.
Aplikace: vývěva, rozprašovač, karburátor.

Uvažujeme-li nádobu s kapalinou, která má v hloubce h otvor, ze kterého kapalina vytéká, lze uvažovat zákon zachování energie pro jednotkový objem kapaliny u volného povrchu (má potenciální energii E_P), která se přemění v energii kinetickou u otvoru nádoby E_K. Tedy platí

$$E_K = E_P \Rightarrow \frac{1}{2}\rho v^2 = \rho h g\,, \tag{15}$$

a lze vyjádřit rychlost vytékající kapaliny jako

$$v = \sqrt{2hg}\,. \tag{16}$$

V důsledku vnitřního tření (viskozitě kapaliny) vznikají odporové síly prostředí při pohybu tělesa v tekutině (hydrodynamické a aerodynamické). Pro aerodynamickou sílu odporu prostředí platí Newtonův vztah

$$F = \frac{1}{2}C\rho S v^2\,, \tag{16}$$

kde C je součinitel odporu, který závisí na tvaru tělesa, ρ je hustota vzduchu, S je obsah průřezu tělesa kolmého ke směru pohybu a v je relativní rychlost.

2. **Řešený příklad** (Halliday, D., Resnick, R., & Walker, J., 2003)

Jak velká je vynořená část ledové kry na rybníku?

Tíhová ledové kry o celkovém objemu V_L je

$$G_L = \rho_L . V_L . g$$

kde veličina $\rho_L = 917 kg.m^{-3}$) je hustota ledové kry.

Tíhová síla vytlačené vody je rovna velikosti vztlakové síly F_{VZ} je

$$G_V = F_{VZ} = \rho_V . V_V . g$$

kde veličina $\rho_V = 1\,000 kg.m^{-3}$) je hustota vody a V_V je objem vody vytlačené ledovou krou, tedy i objem ponořené části ledové kry. Pro plovoucí ledovou kru jsou obě tíhové síly stejné, tedy

$$G_L = G_V \Rightarrow \rho_L . V_L . g = \rho_V . V_V . g$$

Z této poslední rovnice nám plyne podíl d který hledáme, tedy

$$d = \frac{V_L - V_V}{V_L} = 1 - \frac{V_V}{V_L} = 1 - \frac{\rho_L}{\rho_V} = 1 - \frac{917 kg.m^{-3}}{1\,000 kg.m^{-3}} = 0{,}083$$

Část ledové kry, která je viditelná nad hladinou rybníka je jeho 8,3% celkové velikosti.

3. **Příklady k řešení** (Lepil, O., Bednařík, M., & Široká, M., 1995)

3.1 Na píst hustilky o průměru 4,8cm působíme silou 200N. Jaký tlak vznikne uvnitř hustilky, je-li její vývod uzavřen? *(110kPa)*

3.2 V pneumatice kola automobilu je měřen tlak 250kPa. Jak velká tlaková síla působí na část stěny pneumatiky o obsahu 1cm^2? *(25N)*

3.3 Potápěč sestoupí v jezeře do hloubky 40m
   a) Jaký je v této hloubce hydrostatický tlak? *(400kPa)*
   b) Jak velká je v této hloubce hydrostatická tlaková síla působící na plochu 1cm^2? *(40N)*

3.4 Do spojených nádob je nalita rtuť. Do jaké výšky musíme nalít do jednoho ramene vodu, aby rtuť ve druhém ramenu byla výše o 4cm než rtuť v ramenu prvním? *(54cm)*

3.5 Jak velkou silou zvedáme ve vodě kámen o hmotnosti 20kg a objemu 7dm^3? Jak velkou silou tento kámen zvedáme na vzduchu? *(ve vodě 130N, na vzduchu 200N)*

3.6 Vypočítej hustotu oceli, zvedáme-li ve vodě ocelovou kotvu silou 660N a stejnou ocelovou kotvu na vzduchu silou 760N. *(7 600kg.m^{-3})*

3.7 Naložíme-li na loď náklad 20t, zvětší se její ponor o 5cm. Stanovte obsah vodorovného průřezu lodi v rovině vodní hladiny. *(400m^2)*

3.8 Jakou nejmenší tloušťku musí mít ledová kra o obsahu plochy $8m^2$, která právě unese těleso o hmotnosti 96kg? Kra má tvar ploché desky, hustota ledu je $920kg.m^{-3}$. *(15cm)*

3.9 Do otevřené válcové nádoby přitéká plynule voda tak, že za 1s přiteče 1l vody. Ve dnu nádoby je otvor o obsahu průřezu $1cm^2$. V jaké výšce se ustálí hladina vody v nádobě? *(5cm)*

3.10 Výsadkář o hmotnosti 75kg vyskakuje s padákem o průměru 8m. Na jaké hodnotě se ustálí rychlost jeho pohybu, je-li součinitel odporu 1,2 a hustota vzduchu $1,3kg.m^{-3}$? *($4,4m.s^{-1}$)*

4. Použitá literatura

Bednařík, M., Široká, M., & Bujok, P. (1993). *Fyzika pro gymnázia – Mechanika*. Praha:Prometheus, ISBN 80-901619-3-1

Halliday, D., Resnick, R., & Walker, J. (2003). *Fyzika – mechanika-termodynamika, 2.* Brno: VUTIUM, ISBN 80-214-1868-0

Hlavička, A., et al. (1978). *Fyzika pro pedagogické fakulty, 1.* Praha: SPN

Lepil, O., Bednařík, M., & Široká, M. (1995). *Fyzika – sbírka úloh pro střední školy*. Praha: Prometheus, ISBN 80-7196-048-9

Obrázky

Obrázky 1, 2 – Janeček, J. (2012) (Vytvořeny v programu Microsoft Office Word 2007)