



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Digitální učební materiál

Číslo projektu	CZ.1.07/1.5.00/34.0802
Název projektu	Zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
Číslo a název šablony klíčové aktivity	III/2 – Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
Příjemce podpory	Gymnázium, Jevíčko, A. K. Vitáka 452

Název DUMu	Mechanické vlnění
Název dokumentu	VY_32_INOVACE_16_8
Pořadí DUMu v sadě	8
Vedoucí skupiny/sady	Mgr. Petr Mikulášek
Datum vytvoření	28. 3. 2013
Jméno autora	Mgr. Jiří Janeček
e-mailový kontakt na autora	janecek@gymjev.cz
Ročník studia	2.
Předmět nebo tematická oblast	Fyzika
Výstižný popis způsobu využití materiálu ve výuce	Shrnutí a procvičování učiva. Inovace: využití ICT, netradiční úlohy, mezipředmětové vztahy - matematika

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

1.

Základní pojmy

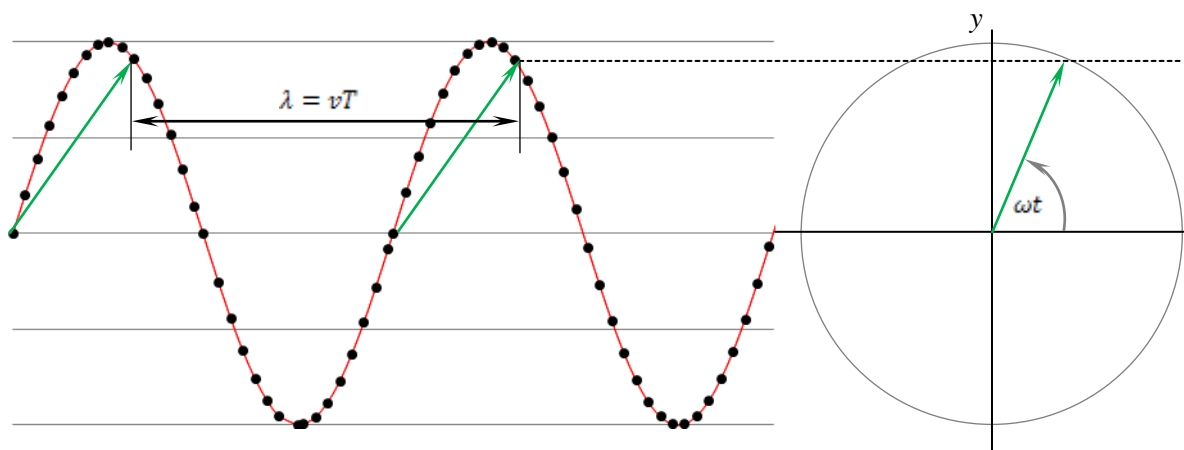
Mechanické vlny se řídí Newtonovými zákony a mohou existovat pouze v určitém látkovém prostředí (voda, vzduch, hornina) (Halliday, D., Resnick, R. & Walker, J., 2003). Vznik vlnění a šíření vlny je důsledek vzájemné vazby všech elementů hmoty – mluvíme o vlnění, sledujeme-li pohyb pouze jedné částice – mluvíme o kmitání, vlnou nazýváme časovou a prostorovou periodickou změnu fyzikální veličiny (Hlavíčka, A. et al., 1978).

Postupné vlnění vzniká v pružném homogenním a izotropním prostředí, kde kmitáním HB se přenáší stálou rychlostí na všechny částice. Jsou-li směry kmitů kolmé k řadě bodů, jde o **postupné vlnění příčné**, dějí-li se kmity ve směru řady bodů, jde o **postupné vlnění podélné**.

Vlnoplocha je plocha postupného vlnění, jejíž body kmitají se stejnou fází; každý bod vlnoplochy, do kterého dospěje vlnění v určitém okamžiku, můžeme pokládat za zdroj elementárního vlnění (dále se šíří v elementárních vlnoplochách). Vlnoplocha v dalším časovém okamžiku je obalová plocha všech elementárních vlnoploch – **Huygensův princip** (Lepil, O., 1994).

Vlnová délka λ je vzdálenost dvou nejbližších částic, kmitajících se stejnou fází (Obrázek 1); je-li v rychlost šíření vln a doba kmitu T , potom lze délku vlny vyjádřit jako

$$\lambda = vT = \frac{v}{f} . \quad (1)$$



Obrázek 1

Porovnáním kmitavého pohybu s pohybem po kružnici můžeme výchylku popsat vztahem

$$\xi(t) = A \sin \omega t \quad (2)$$

Do libovolného bodu M o souřadnici x se dostane vlnění za čas $\tau = \frac{x}{v}$, výchylka v tomto bodě M je tedy o tuto dobu zpožděna, tedy (2) přejde do tvaru

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$\xi(t, x) = A \sin \omega(t - \tau) = A \sin \omega \left(t - \frac{x}{v} \right) \quad (3)$$

Užijeme-li vztahu $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$ a (1) lze přepsat (3) do tvaru

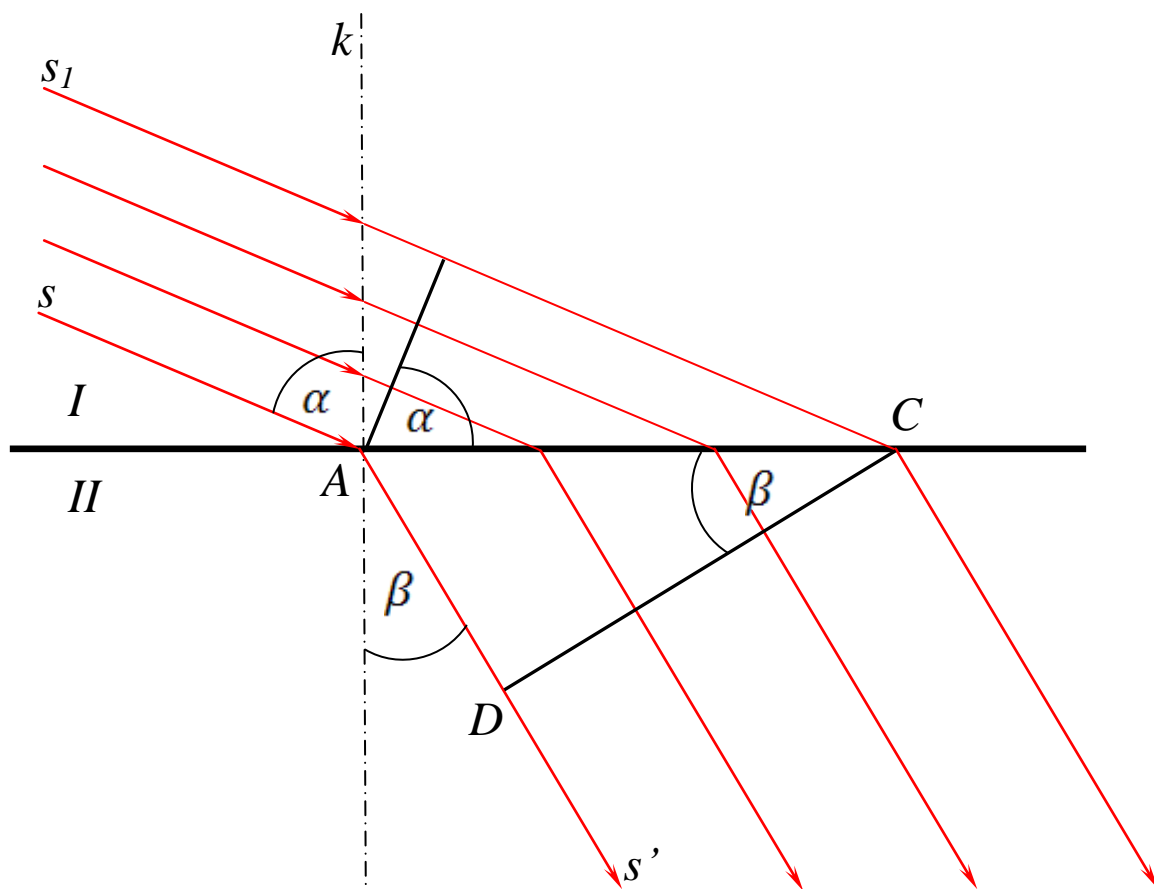
$$\xi(t, x) = A \sin \omega \left(t - \frac{x}{v} \right) = A \sin \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{x}{v} \right) = A \sin 2\pi \left(ft - \frac{x}{\lambda} \right) = A \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{T} \frac{x}{v} \right) \quad (4)$$

Veličina $\frac{2\pi}{\lambda} = k$ označujeme jako **vlnové číslo**, pro harmonickou vlnu tedy máme matematický popis ve tvaru

$$\xi(t, x) = A \sin(\omega t \mp kx) \quad (5)$$

přičemž znaménko $-$ znamená šíření v kladném směru osy x a znaménko $+$ znamená šíření v záporném směru osy x (Hlavička, A. et al., 1978).

Reflexe – zákon odrazu – odražený paprsek zůstává v rovině dopadu, určené dopadajícími paprsky a kolmicí dopadu, přičemž úhel dopadu je roven úhlu odrazu. Tohle platí i pro křivé stěny a vlnoplochy (malé okolí dopadu/odrazu je vzhledem k celkové velikosti plochy rovinou). Jsou-li velikosti nerovností odrazové plochy vzhledem k vlnové délce dopadajícího vlnění nezanedbatelné, dochází k **difuzi**.





evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Obrázek 2

Pro odvození **Snellova zákona** budeme uvažovat rovinnou vlnu, jejíž část je označena paprsky s a s_1 , která dopadá na rozhraní dvou prostředí I a II rychlostí v_1 šikmo k rozhraní pod úhlem α (Obrázek 2). Body rozhraní mezi body A a C jsou zdroje středů elementárních vlnoploch, které se šíří do prostředí II rychlostí v_2 . Za dobu τ , tedy za dobu, kdy bod B dosáhne rozhraní prostředí, bude mít vlnoplocha z bodu A poloměr

$$AD = v_2 \tau \quad (6)$$

Úhel α který svírá čelo dopadající vlny s rozhraním je **úhel dopadu**, úhel, který svírá čelo vlny prostupující v novém prostředí II je **úhel lomu**. Stejný úhel svírají paprsek dopadající s a paprsek lomený s' s kolmicí dopadu k. Protože délky BC a AD proběhly ve stejném čase τ , jsou rychlosti v obou prostředích v poměru

$$\frac{BC}{AD} = \frac{v_1 \tau}{v_2 \tau} = \frac{v_1}{v_2} \quad (7)$$

Vyjádříme-li si vzdálenosti BC a AD jako funkce úhlů

$$\begin{aligned} BC &= AC \sin \alpha \\ AD &= AC \sin \beta \end{aligned} \quad (8)$$

Můžeme dále ve spojení (7) a (8) napsat jako

$$\frac{BC}{AD} = \frac{AC \sin \alpha}{AC \sin \beta} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{f \lambda_1}{f \lambda_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = n \quad (9)$$

Podíl rychlostí n nazýváme **index lomu** a můžeme formulovat **Snellův zákon** dle Hlavičky, A. et al., 1978:

Poměr sinu úhlu dopadu k sinu úhlu odrazu je pro daná dvě prostředí veličina stálá, rovnající se poměru rychlosti šíření vlny v obou prostředích, a nazývá se index lomu.

Interference vlnění – mějme 2 vlny se stejnou počáteční fází, jejichž zdroje mají různou polohu, jednotlivé vlny tedy lze podle (4) popsat rovnicemi

$$\begin{aligned} \xi_1 &= \xi_m \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda} \right) \\ \xi_2 &= \xi_m \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_2}{\lambda} \right) \end{aligned} \quad (10)$$

Výsledkem interference těchto 2 vln bude **fázový rozdíl vlnění $\Delta\varphi$**

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda} \right) - 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_2}{\lambda} \right) = \frac{2\pi}{\lambda} (x_2 - x_1) = \frac{2\pi}{\lambda} d \quad (11)$$

Výraz d je fázový rozdíl vlnění.



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE

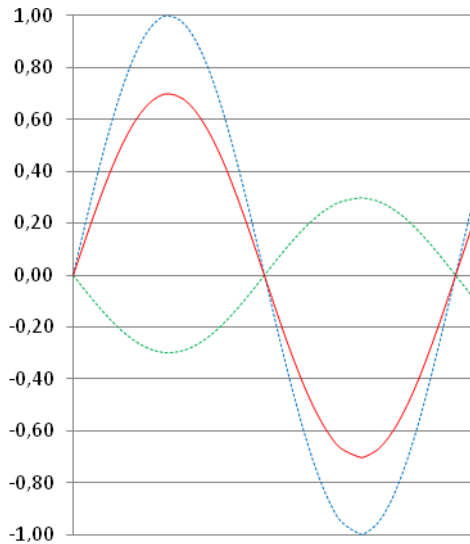


MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

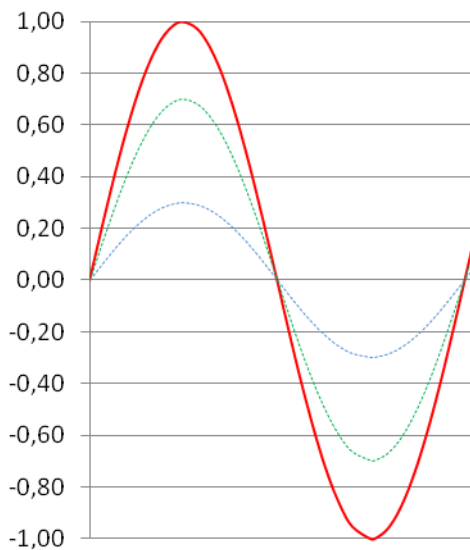


OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ



Obrázek 3



Obrázek 4

Zvláštní případy interference dráhového rozdílu d

$$d = (x_2 - x_1)$$

1. Dráhový rozdíl je sudým počtem půlvln $d = 2k \frac{\lambda}{2}$, kde $k=0, 1, 2, \dots$

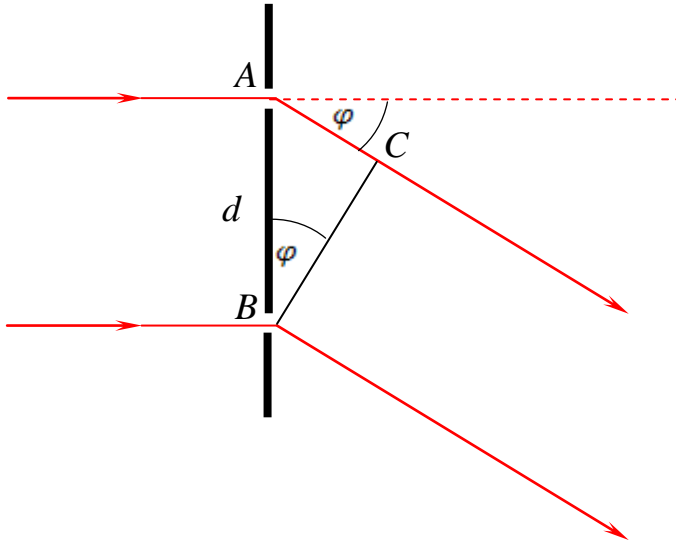
Vzniká interferenční maximum, výsledná amplituda je rovna součtu amplitud jednotlivých složek (Obrázek 3).

2. Dráhový rozdíl je lichým počtem půlvln $d = 2(k + 1) \frac{\lambda}{2}$, kde $k=0, 1, 2, \dots$

Vzniká interferenční minimum, výsledná amplituda je rovna absolutní hodnotě rozdílu amplitud složek (při stejné amplitudě složek se vlnění ruší. (Obrázek 4).

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Difrakce vlnění nastane při dopadu vlnění na malou překážku, je-li překážka větší, vzniká **stín vlnění**, je-li překážka řádově stejných rozměrů, dojde k ohybu; stejná situace nastane i při dopadu na štěrbinu.



Obrázek 5

Zařízení, na kterém jsou ve stejných vzdálenostech d štěrbin, nazvěme ohybovou mřížkou (vzdálenost d je mřížková konstanta). Vyjádříme-li dráhový rozdíl

$$AC = d \sin \varphi \quad (12)$$

Je zřejmé, že maxima interference jsou ve všech směrech a platí pro ně

$$AC = d \sin \varphi = k \lambda, \text{ kde } k=0, 1, 2, \dots \quad (13)$$

Číslo k určuje **řád interference**.

Stojaté vlnění vznikne složením 2 postupných vlnění stejné amplitudy a stejné vlnové délky, šířících se proti sobě; vlny popíšeme rovnicemi

$$\begin{aligned} \xi_1 &= A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \\ \xi_2 &= A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right) \end{aligned} \quad (14)$$

Užijeme-li následujících vztahů

$$\begin{aligned} \xi &= \xi_1 + \xi_2 \\ \sin \alpha + \sin \beta &= 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2} \end{aligned}$$

Kde $\alpha = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$ a $\beta = 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right)$ (15)



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Dostaneme rovnici stojaté vlny ve tvaru

$$\xi(t, x) = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) + A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right) = 2 A \cos \frac{2\pi x}{\lambda} \sin \frac{2\pi}{T} t \quad (16)$$

Z této rovnice plynou následující závěry:

1. Protože čas se v (16) vyskytuje ve výrazu neobsahujícím proměnnou x , výsledné vlnění je **harmonické** (má všude stejnou frekvenci a fázi)
2. Amplituda vlnění je dána výrazem

$$\hat{A} = 2 A \cos \frac{2\pi x}{\lambda} \quad (17)$$

v bodech kde $\hat{A} = 0$ tento případ nastává, když

$$\cos \frac{2\pi x}{\lambda} = (2k + 1) \frac{\pi}{2}, \text{ kde } k=0, 1, 2, \dots \quad (18)$$

3. Amplituda je nulová v bodech

$$x = (2k + 1) \frac{\lambda}{4}, \text{ kde } k=0, 1, 2, \dots \quad (19)$$

Tyto body se nazývají **uzly**.

- 4.

bodech, v nichž je

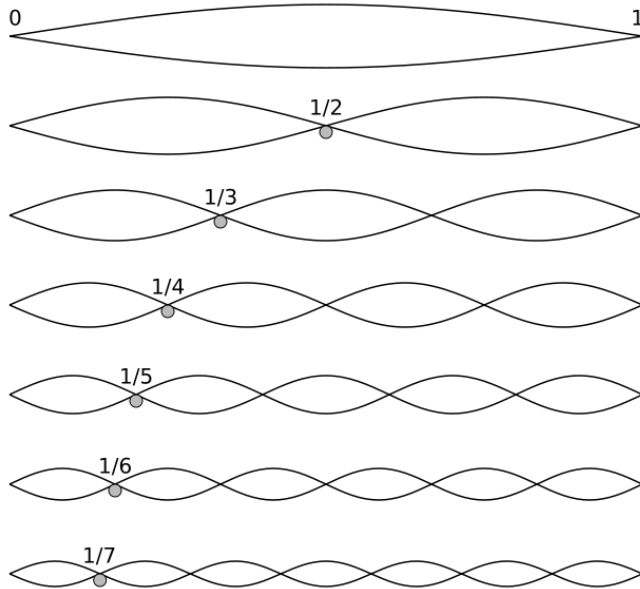
$$\cos \frac{2\pi x}{\lambda} = \mp 1, \text{ kde } k=0, 1, 2, \dots \text{ tedy v bodech, kdy}$$

$$\frac{2\pi x}{\lambda} = 2k \frac{\pi}{2}, \text{ tedy pro } x = 2k \frac{\lambda}{4} \text{ kde } k=0, 1, 2, \dots \quad (20)$$

Je amplituda maximální a tyto body se nazývají **kmitny**.

5. Z dílčích závěrů 1. – 4. plyne, že v bodové řadě se střídají uzly a kmitny vždy ve vzdálenosti $\frac{\lambda}{4}$ od sebe.

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ



Obrázek 6 - Qef, Public domain,
http://commons.wikimedia.org/wiki/File%3AHarmonic_partials_on_strings.svg, retriever from
Wikimedia Commons

Odraz vlnění na konci řady bodů, kterými se šíří vlnění se na pevném konci odráží s opačnou fází na konci volném s fází stejnou.

Uvažujeme-li stojaté vlnění struny (Obrázek 6) o délce l platí

$$l = k \frac{\lambda}{2}, \text{ kde } k=0, 1, 2, \dots \quad (21)$$

Tato stojatá vlna vznikne pouze při frekvenci

$$f_k = k f_z, \text{ kde } k=0, 1, 2, \dots, \text{ kde } f_k \text{ je základní frekvence } f_k = \frac{v}{\lambda} = \frac{v}{2l} \quad (22)$$

Pro $k > 1$ mluvíme o vyšších harmonických frekvencích.

Chvěním desek různého tvaru vnikají Chladniho obrazce (Obrázek 7, 8, 9, 10).



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ



Obrázek 7, 8, 9, 10 - Elmar Bergeler, CC-BY-SA-3.0,

http://commons.wikimedia.org/wiki/File%3AChladni_pattern_1.jpg,

http://commons.wikimedia.org/wiki/File%3AChladni_pattern_2.jpg,

http://commons.wikimedia.org/wiki/File%3AChladni_pattern_3.jpg,

http://commons.wikimedia.org/wiki/File%3AChladni_pattern_4.jpg)

Zvuk = slyšitelné mechanické kmity. Neperiodické tlakové změny - **nehudební zvuk**, periodické tlakové změny vnímáme jako složený **tón**. O hluku mluvíme, obsahuje-li zvuk periodickou i neperiodickou složku. **Výška zvuku** je určena jeho **frekvencí**. **Hlasitost zvuku** závisí na citlivosti vnímání, objektivně lze popsat **intenzitou zvuku**, která je dána poměrem energie W , která při vlnivém ději projde libovolnou plochou kolmou k šíření vlny, a uvažovanou plochou S a času t , tedy

$$I = \frac{W}{S t} \quad (23)$$

Barva zvuku závisí na počtu a intenzitě vrchních harmonických i neharmonických složek, jež znějí spolu se základním tónem (Hlavička, A. et al., 1978).

Rychlost šíření zvuku je

$$v_t = (331,82 + 0,61\{t\}) \text{ m.s}^{-1}, \text{ je-li } t = 0^\circ\text{C a hustota vzduchu } \rho = 1,293 \text{ kg.m}^{-3}$$

(24)

Vnímané zvuky jsou o frekvencích asi 15Hz až 16kHz. Zvuky s frekvencí nižší než 15Hz se nazývají **infrazvuk**, zvuky o frekvenci vyšší než 16kHz **ultrazvuk** (užití v medicíně viz Obrázek 11).



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE

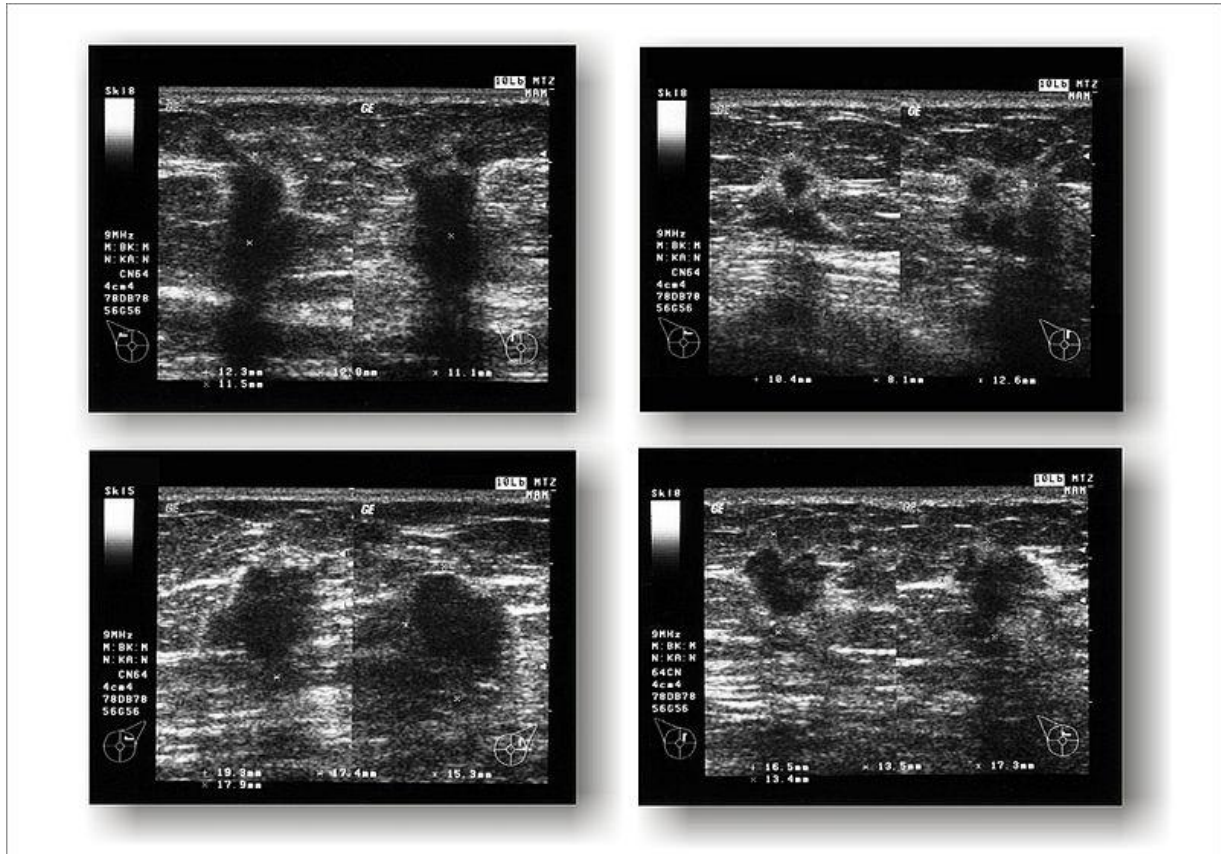


MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ



Obrázek 11 - Hic et nunc, Public domain,

(http://commons.wikimedia.org/wiki/File%3ABreastcancer_ultrasound.jpg)

2. Řešený příklad (Hlavička, A. et al., 1978).

Na rovinné rozhraní vody a skla dopadá rovinná vlna pod úhlem $\alpha = 10^\circ$. Ve vodě se šíří vlnění rychlostí $v_1 = 1\,440\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. Lomený paprsek ve skle svírá s kolmicí dopadu úhel $\beta = 37^\circ$. Jaká je rychlost postupu vlnění ve skle?

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$$

$$v_2 = \frac{v_1 \sin\beta}{\sin\alpha} = \frac{1\,440\text{m}\cdot\text{s}^{-1} \cdot \sin 37^\circ}{\sin 10^\circ} \approx 5\,000\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

3. Příklady k řešení (3.1 – 3.3 Hlavička, et al. 1978, 3.4 – 3.8 Lepil, O., Bednařík, M., & Široká, M. 1995)

3.1 Napište rovnici vlny, která má frekvenci 1kHz, amplitudu 0,5mm a postupuje rychlostí $340\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ve směru kladné osy. ($y = 0,05 \cdot \sin 2\pi \left(1000t - \frac{x}{34}\right)$ v cm)



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

3.2 Jaká je amplituda, perioda, frekvence, vlnová délka, a fázová rychlost vlny vyjádřené rovnicí

$$y = 6 \cdot 10^{-2} \sin 2\pi(6t + 10x)$$

a jakým směrem vlna postupuje?

($y_m = 6 \text{ cm}$; $T = \frac{1}{6} \text{ s}$; $f = 6 \text{ Hz}$; $\lambda = 10 \text{ cm}$; $v = 0,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; vlna *postupuje záporným směrem osy x*)

3.3 Bod ve vzdálenost 8cm od zdroje vlnění má v okamžiku $t = \frac{T}{6}$ výchylku rovnou polovině amplitudy. Stanovte délku vlny. ($\lambda = 96 \text{ cm}$).

3.4 Vlnění s frekvencí 1000 Hz se šíří fázovou rychlostí 340 $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$. Vypočítejte fázový rozdíl kmitání dvou bodů x_1 a x_2 , které leží na přímce procházející zdrojem vlnění ve vzájemné vzdálenosti 17 cm. ($\pi \text{ rad}$)

3.5 Interferencí postupného a odraženého rovinného vlnění se vytvořilo ve skleněné trubici naplněné vzduchem stojaté vlnění. Vzdálenost dvou sousedních uzlů je 14 cm, rychlost šíření vlnění je 340 $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$. Určete frekvenci vlnění. ($f=1214 \text{ Hz}$)

3.6 Dva zdroje příčných vlnění kmitají s periodami $2,0 \cdot 10^{-1} \text{ s}$ a se stejnými fázemi. Ze zdrojů se šíří rychlostmi $500 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ve směru téže přímky a interferují spolu. Určete dráhový rozdíl vlnění v bodech, v nichž má nastat a) interferenční maximum, b) interferenční minimum. (a) $\Delta x = 2 \cdot k \cdot 50 \text{ m}$; b) $\Delta x = (2 \cdot k - 1) \cdot 50 \text{ m}$, ($k=1, 2, 3, \dots$)

3.7 Vypočítejte délku otevřené píšťaly, jejíž základní tón má kmitočet 440 Hz. Rychlost zvuku je $340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Jak se změní kmitočet základního tónu, jestliže píšťalu uzavřeme? ($l=38,6 \text{ cm}$, $f=220 \text{ Hz}$)

3.8 Jak se změnila frekvence vysílače rakety vzdalující se rychlostí $8 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$, jestliže vysílal na kmitočtu 200 MHz? Rychlost šíření vlnění je $3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ($f=199994667 \text{ Hz}$, frekvence se zmenšila o 5333 Hz)

3.9 V mědi se šíří ultrazvuk rychlostí $3600 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Z jak dlouho se vlnění odrazí od dutiny v hloubce 6 cm? Kvalitu materiálu zjišťujeme ultrazvukovým defektoskopem. (hloubka je $33,3 \mu \text{ m}$)

3.10 Rovinná vlna se šíří vzduchem rychlostí $v_1=340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, ve vodě rychlostí $v_2=1450 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Při jakém úhlu dopadu nastane úplný odraz? ($\alpha = 13^\circ 34'$)

4. Použitá literatura

Halliday, D., Resnick, R., & Walker, J. (2003). *Fyzika – mechanika-termodynamika*. Brno: VUT, ISBN 80-214-1868-0

Hlavička, A. et al. (1978). *Fyzika pro pedagogické fakulty, 1*. Praha: SPN

Lepil, O. (1994). *Fyzika pro gymnázia – mechanické kmitání a vlnění*. Praha: Prometheus, ISBN 80-901619-6-0



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Lepil, O., Bednařík, M., & Šíroká, M. (1995). *Fyzika – sbírka úloh pro střední školy*. Praha: Prometheus, ISBN 80-7196-048-9

Obrázky

Obrázky 1, 2, 3, 4, 5 - Janeček, J. (2012) (Vytvořeny v programu Microsoft Office Word 2007)

Obrázek 6 – Qef, Public domain, retrieved 11. 11. 2012 from database Wikimedia Commons on World Wide Web:

http://commons.wikimedia.org/wiki/File%3AHarmonic_partials_on_strings.svg

Obrázek 7 – Elmar Bergeler, CC-BY-SA, retrieved 11. 11. 2012 from database Wikimedia Commons on World Wide Web:

http://commons.wikimedia.org/wiki/File%3AChladni_pattern_1.jpg

Obrázek 8 – Elmar Bergeler, CC-BY-SA, retrieved 11. 11. 2012 from database Wikimedia Commons on World Wide Web:

http://commons.wikimedia.org/wiki/File%3AChladni_pattern_2.jpg

Obrázek 9 – Elmar Bergeler, CC-BY-SA, retrieved 11. 11. 2012 from database Wikimedia Commons on World Wide Web:

http://commons.wikimedia.org/wiki/File%3AChladni_pattern_3.jpg

Obrázek 10 – Elmar Bergeler, CC-BY-SA, retrieved 11. 11. 2012 from database Wikimedia Commons on World Wide Web:

http://commons.wikimedia.org/wiki/File%3AChladni_pattern_4.jpg

Obrázek 11 - Hic et nunc, Public domaine, retrieved 11. 11. 2012 from database Wikimedia Commons on World Wide Web:

http://commons.wikimedia.org/wiki/File%3ABreastcancer_ultrasound.jpg

Materiály jsou určeny pro bezplatné používání pro potřeby výuky a vzdělávání na všech typech škol a školských zařízení. Jakékoliv další využití podléhá autorskému zákonu. Dílo smí být dále šířeno pod licencí CC BY-SA (www.creativecommons.cz)