



evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

## Digitální učební materiál

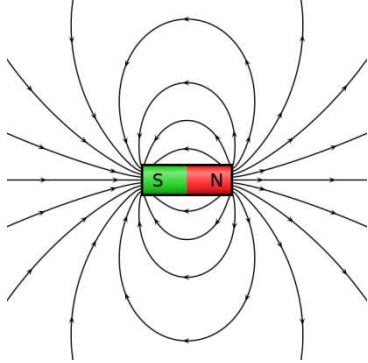
Číslo projektu	CZ.1.07/1.5.00/34.0802
Název projektu	Zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
Číslo a název šablony klíčové aktivity	III/2 – Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
Příjemce podpory	Gymnázium, Jevíčko, A. K. Vitáka 452

Název DUMu	Stacionární magnetické pole
Název dokumentu	VY_32_INOVACE_16_10
Pořadí DUMu v sadě	10
Vedoucí skupiny/sady	Mgr. Petr Mikulášek
Datum vytvoření	2. 1. 2013
Jméno autora	Mgr. Jiří Janeček
e-mailový kontakt na autora	janecek@gymjev.cz
Ročník studia	3.
Předmět nebo tematická oblast	Fyzika
Výstižný popis způsobu využití materiálu ve výuce	Shrnutí a procvičování učiva. Inovace: využití ICT, netradiční úlohy, mezipředmětové vztahy - matematika

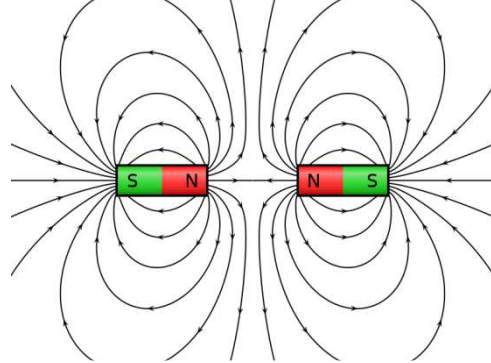
## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

### 1. Základní pojmy

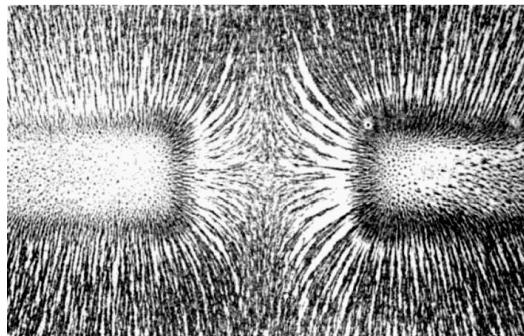
Směr magnetických indukčních čar je od severního pólu magnetu (N) k jižnímu pólu (S). Souhlasné póly se odpuzují, opačné přitahují.



Obrázek 1 – Geek3, CC-BY-SA,  
([http://commons.wikimedia.org/wiki/File%3AVFPt\\_cylindrical\\_magnet\\_thumb.svg](http://commons.wikimedia.org/wiki/File%3AVFPt_cylindrical_magnet_thumb.svg)),  
retriever from Wikimedia Commons

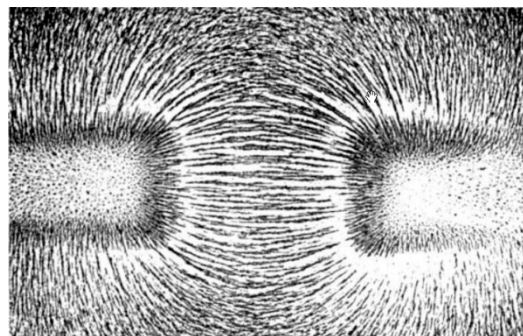


Obrázek 2 - Geek3, CC-BY-SA,  
([http://commons.wikimedia.org/wiki/File%3AVFPt\\_cylindrical\\_magnets\\_repelling.svg](http://commons.wikimedia.org/wiki/File%3AVFPt_cylindrical_magnets_repelling.svg)),  
retriever from Wikimedia Commons



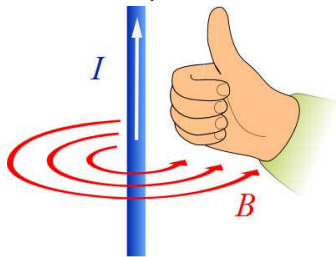
Obrázek 3 - Alexander Wilmer Duff, Public  
domaine,  
([http://commons.wikimedia.org/wiki/File%3AMagnetic\\_field\\_of\\_bar\\_magnets\\_repelling.png](http://commons.wikimedia.org/wiki/File%3AMagnetic_field_of_bar_magnets_repelling.png)),  
retriever from Wikimedia Commons

*Aplikace: busola*

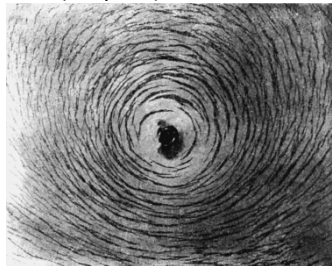


Obrázek 4 - Alexander Wilmer Duff, Public  
domaine,  
([http://commons.wikimedia.org/wiki/File%3AMagnetic\\_field\\_of\\_bar\\_magnets\\_attracting.png](http://commons.wikimedia.org/wiki/File%3AMagnetic_field_of_bar_magnets_attracting.png)),  
retriever from Wikimedia Commons

**Vodič protákaný proudem** je též zdrojem magnetického pole (Oersted, 1820). Tak jako mezi magnety, vzniká silové působení mezi 2 vodiči protákanými proudem (Ampère).



Obrázek 5 – Jfmelero, CC-BY-SA,  
(<http://commons.wikimedia.org/wiki/File%3AManoderecha.svg>),  
retriever from Wikimedia Commons



Obrázek 6 – anonymous, Public  
domaine,  
([http://commons.wikimedia.org/wiki/File%3APSM\\_V56\\_D0072\\_Magnetic\\_whirls\\_around\\_the\\_sending\\_wire.png](http://commons.wikimedia.org/wiki/File%3APSM_V56_D0072_Magnetic_whirls_around_the_sending_wire.png)),  
retriever from Wikimedia Commons

## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

**Magnetická síla (Lorentzova)** působící na elektricky nabitou pohybující se částici v magnetickém poli je vyjádřena vztahem

$$F_B = Qv \times B$$

kde  $v$  je rychlost el. nabité částice s náboje  $Q$  a  $B$  je magnetická indukce. Tato síla je kolmá na oba vektory  $v$  a  $B$ .

Budeme-li uvažovat, že vektor rychlosti částice a magnetická indukce mají obecně různé směry, tyto vektory svírají úhel  $\varphi$  dostaneme pro její velikost tvar

$$F_B = |Q|v \cdot B \cdot \sin\varphi \quad (1)$$

Směr síly lze určit dle **Flemingova pravidla levé ruky**: ukazují-li prsty směr proudu, a magnetické indukční čáry vstupují do dlaně, odtažený palec ukazuje směr magnetické síly.

**Magnetická indukce** charakterizuje magnetické pole. Jednotkou je Tesla [B] = T.

Vyjádříme-li

$$F_B = Q \cdot v \cdot B = BQ \frac{l}{t} = BIl \quad (2)$$

Kde  $l$  je délka vodiče. Magnetickou indukci potom lze vyjádřit ve tvaru

$$B = \frac{F_B}{Qv} = \frac{F_B}{Il} \quad (3)$$

**Rovnoběžné vodiče s proudem.** Uvažujeme-li situaci dle obrázku 5, magnetická indukce leží v rovině kolmé k vodiči, hladiny se stejnou velikostí indukce mají tvar soustředných kružnic (středem je vodič), směr indukce je tečna v bodě kružnice, vzdálenost značíme  $d$ . Velikost magnetické indukce vyjádříme

$$B = \mu \frac{I}{2\pi d} \quad (4)$$

Kde  $\mu$  je permeabilita prostředí (charakteristika). Pro srovnání různých prostředí užíváme tzv. **relativní permeabilitu**  $\mu_r$ . Platí pro ni vztah

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} \quad (5)$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N} \cdot \text{A}^{-2}$$

kde  $\mu_0$  je permeabilita vakua.

Užijeme-li vyjádření Lorentzovy síly (2) a dosadíme za indukci ze vztahu (4) lze výsledný vztah pro sílu, která mezi 2 vodiči protékajícími proudem působí ve tvaru

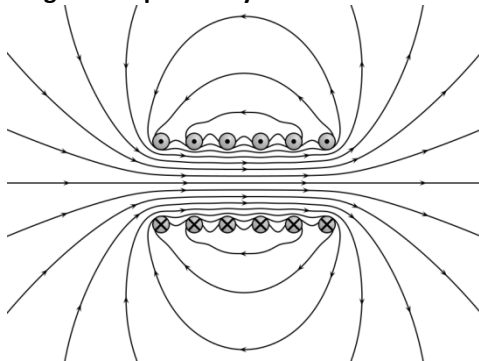
$$F_B = \frac{\mu}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{d} l \quad (6)$$

Kde  $I_1$  a  $I_2$  jsou jednotlivé proudy ve vodičích ve vzdálenosti  $d$ . Jsou-li směry proudů souhlasné, vodiče se přitahují, nejsou-li souhlasné, vodiče se odpuzují.

### Definice jednotky proudu ampéru:

Jeden ampér je stálý proud, který při průchodu dvěma přímými rovnoběžnými nekonečně dlouhými vodiči zanedbatelného průřezu umístěnými ve vakuu ve vzdálenosti 1 m od sebe vyvolá mezi vodiči sílu o velikosti  $2 \cdot 10^{-7} \text{ N}$  na 1m délky vodiče.

### Magnetické pole cívky



Obrázek 7 – Geek3, CC-BY-SA,  
([http://commons.wikimedia.org/wiki/File%3AVFpt\\_cylindrical\\_coil\\_real.svg](http://commons.wikimedia.org/wiki/File%3AVFpt_cylindrical_coil_real.svg)), retriever from  
Wikimedia Common



evropský  
sociální  
fond v ČR



## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Orientace indukčních čar v závitě cívky/solenoidu/cívce se řídí **Ampérovým pravidlem pravé ruky**: položíme-li pravou ruku na cívku tak, aby prsty ukazovaly směr proudu závitem/závit (  $X$  značí směr proudu směrem „do stránky“, tečka směrem „ze stránky“), odtažený palec ukazuje směr magnetické indukce, respektive orientaci magnetických indukčních čar.

Magnetickou indukci uvnitř závitě/solenoidu/cívky o délce  $l$ , počtu závitů  $N$ , protékané proudem  $I$

$$B = \mu_0 \frac{NI}{l} \quad (7)$$

### Částice s nábojem v magnetickém poli

Pohybuje-li se v modelu vodiče délky  $l$ ,  $N$  volných elektronů (každý s nábojem  $e$ ), celkový náboj těchto elektronů je

$$Q = -eN \quad (8)$$

Pohybují-li se tyto elektrony ve vodiči rychlostí  $v$  urazí vzdálenost  $l$  za dobu  $t$

$$t = \frac{l}{v} \quad (9)$$

Proud, který teče tímto vodičem, můžeme vyjádřit jako náboj  $Q$ , který průřezem vodiče projde za čas  $t$  z (9), tedy

$$I = \frac{|Q|}{t} = \frac{Nev}{l} \quad (10)$$

Dosadíme-li do (2) za proud (10) dostaneme

$$F_M = Bev \quad (11)$$

Pohybuje-li se nabitá částice současně v poli magnetickém i elektrickém, je výsledná Lorentzova síla výsledkem součtu obou silových působení jednotlivých polí, tedy

$$\mathbf{F}_L = \mathbf{F}_E + \mathbf{F}_M \quad (12)$$

### Magnetické vlastnosti látek

Vnitřní strukturu látek si lze představit/přiblížit tak, že jednotlivé nabitě části atomů látky vytvářejí svá elementární magnetická pole. Tato pole se vzájemně skládají a dle uspořádání atomů vytvářejí výslednou podobu magnetického pole látky.

Po vložení látky do magnetického pole popisujeme stav látky vektorem magnetizace

$$\mathbf{M} = \chi_M \cdot \mathbf{H} \quad (13)$$

Kde  $\mathbf{M}$  je vektor magnetizace,  $\chi_M$  je magnetická susceptibilita a  $\mathbf{H}$  je vektor intenzity magnetického pole. Magnetickou indukci tam lze vyjádřit ve tvaru

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H} = \mu_0 (1 + \chi_M) \mathbf{H} \quad (14)$$

Mikroskopicky je magnetický moment součtem všech magnetických momentů, které jsou v látce

$$\mathbf{M} = \sum \mathbf{m} \quad (15)$$

Diamagnetismus (negativní reakce látky v mg. poli snižující výsledné pole) je přítomný vždy. Navíc je přítomna pozitivní reakce zesilující výsledné magnetické pole jako výsledek existujících magnetických momentů v látce, které se po vložení látky do magnetického pole orientují do jeho směru – zesilují jej. Při vložení látky do elektrického pole se k vnějšímu poli vytvoří protipole, které vnější pole snižuje (směrem ke kladné části vnějšího pole se orientují záporné části látky a směrem ke kladné části vnějšího pole se orientují záporné části látky) – vznik opačně orientovaného el. pole.

Obecně lze látky rozdělit do tří skupin:

#### A. DIAMAGNETICKÉ LÁTKY

Zapojuje se nejen obal atomů, ale i (mnohem méně) jádra atomů. Relativní permeabilita  $\mu_r < 1$  jen nepatrně menší než 1, tedy tyto látky mírně zeslabují magnetické pole – zlato, měď, rtuť, ... (některé kovy) a materiály nekovové (Sklo, ...) a kapaliny, plyny a organické látky.

#### B. PARAMAGNETICKÉ LÁTKY

Látka má v sobě nenulové magnetické momenty tzn., že po vložení takovéto látky do magnetického pole se tyto nenulové vnitřní momenty orientují do směru vnějšího pole – tzn. že, vnější magnetické pole tyto látky mírně zesilují. Jejich relativní permeabilita je nepatrně vyšší než 1,  $\mu_r > 1$ . Jde o většinu kovů (sodík, platina, hliník, ...), soli v krystalickém tvaru a jejich roztoky, plyny a další. Vnější

## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

magnetickým polem nelze vnitřní magnetické momenty uspořádat (brání tepelný pohyb) a tím zmagnetovat.

### C. FEROMAGNETICKÉ LÁTKY

Paramagnetické atomy těchto látek jsou tak uspořádány, že výrazně zesilují vnější magnetické pole. Jejich relativní permeabilita je  $\mu_r$  je od  $10^2$  do  $10^5$ . Tyto látky lze vnějším mg. polem trvale zmagnetovat (trvale uspořádat vnitřní mg. momenty do souhlasného směru). Feromagnetismus je vlastností pouze krystalické struktury látky (nikoli jednotlivých atomů) a každá feromagnetická látka má svoji Curieovu teplotu, při níž ztrácí feromagnetické vlastnosti a stává se látkou paramagnetickou (Lepil, O., Šedivý, P., 2005). Těchto látek není mnoho (železo, nikl, kobalt, slitiny, ...).

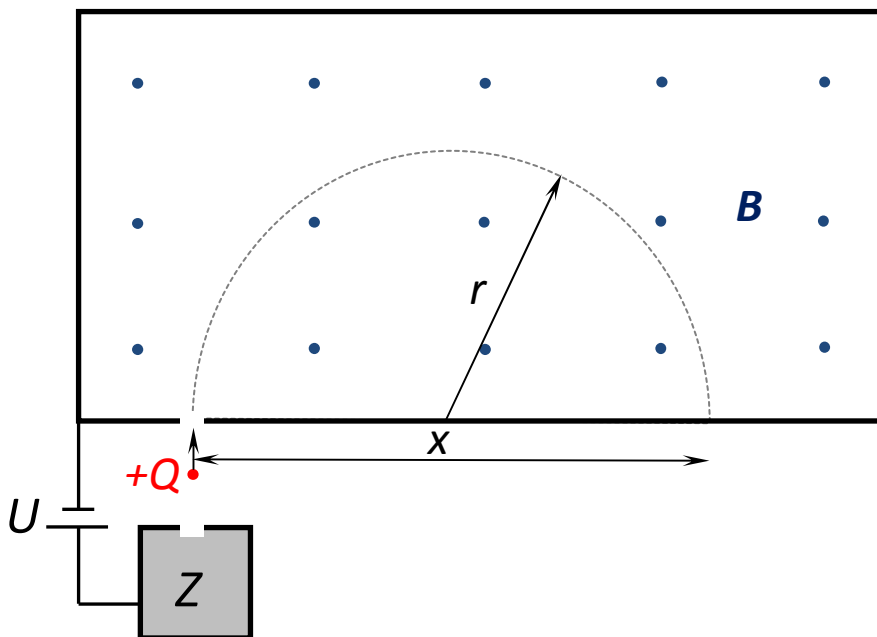
Speciálními případy jsou **FERITY**, jež jsou sloučeniny oxidu železa s jinými kovy. Jejich relativní permeabilita je  $\mu_r$  je od  $10^2$  do  $10^3$ . Užívají se jako jádra cívek a permanentní magnety.

Z hlediska trvalosti zmagnetování látky dělíme látky na materiály magneticky tvrdé a materiály magneticky měkké. **Magneticky tvrdé** materiály zůstávají po odpojení vnějšího pole (neprochází proud cívkou, jehož jádro je z tohoto materiálu) zmagnetovány (chovají se jako trvalé magnety). Toto pole lze zrušit např. opačným zapojením cívky. Takovýmto materiálem je zejména ocel s příměsí uhlíku. **Magneticky měkký** materiál po odpojení vnějšího pole ztrácí svoji magnetizaci (jádra cívek).

*Aplikace: elektromagnetické relé, analogový (magnetický) záznam*

### 2. Řešený příklad (Halliday, D., Resnick, R. & Walker, J., 2003)

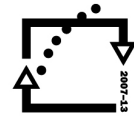
Na obrázku 8 je schematicky znázorněn hmotnostní spektrometr k měření hmotnosti iontů. Iont o hmotnosti  $m$  nesoucí náboj  $Q$  vzniká ve zdroji  $Z$ , je urychlen napětím  $U$  a vletá štěrbinou do separační komory. Zde na něj působí homogenní magnetické pole s intenzitou  $B$ , ta je kolmá k jeho rychlosti ( $B$  je kolmé ke stránce a ve směru ven ze stránky). Magnetické pole způsobí, že se iont bude pohybovat po půlkružnici a dopadne na fotodesku ve vzdálenosti  $x$  od štěrbin. Jaká je hmotnost iontu, známe-li hodnoty  $B=160,000$  0 mT,  $U=4,000$  0kV,  $Q=+1,602$  2.  $10^{-19}$  C?



Obrázek 8.



evropský  
sociální  
fond v ČR



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Pro rovnoměrný pohyb po kružnici iontu platí 2. Newtonův pohybový zákon, který můžeme napsat ve tvaru

$$F = ma = \frac{mv^2}{r}.$$

Vyjádříme-li si současně magnetickou sílu, působící na částici díky existujícímu magnetickému poli

$$F_B = |Q|v \cdot B \cdot \sin\varphi,$$

Dostaneme rovnici

$$\frac{mv^2}{r} = Qv \cdot B,$$

Odkud vyjádříme poloměr dráhy pohybu iontu jako

$$r = \frac{mv}{QB}. \quad (16)$$

Ze zákona zachování energie dostaneme podmínku pro rychlost a urychlující napětí; kinetická energie iontu na konci procesu (dopad) je rovna potenciální energii na počátku urychlování

$$E_p = QU$$

$$E_k = \frac{mv^2}{2}$$

Odtud tedy rychlost vyjádříme jako

$$v = \sqrt{\frac{2QU}{m}}. \quad (17)$$

Dosadíme-li (17) do rovnice (16) a uvážíme-li, že  $x = 2r$  dostaneme

$$x = 2r = 2 \frac{mv}{QB} = 2 \frac{m}{QB} \sqrt{\frac{2QU}{m}} = \frac{2}{B} \sqrt{\frac{2mU}{Q}}$$

Odtud dostaneme umocněním hmotnost iontu jako

$$m = \frac{B^2 Q x^2}{8U}.$$

Dosažením hodnot  $B=80,000 \text{ mT}$ ,  $U=1,000 \text{ kV}$ ,  $Q=+1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  dostaneme hledanou hmotnost iontu

$$m = \frac{B^2 Q x^2}{8U} = 3,386 \cdot 10^{-25} \text{ kg}.$$

### 3. Příklady k řešení (3.1 - 3.7 Lepil, O., Bednařík, M., & Široká, M., 1995, 3.8 - Halliday, D., Resnick, R., & Walker, J. 2003)

- 3.1 Vodič délky 20cm je procházen proudem 5A a je umístěn kolmo k indukčním čarám homogenního magnetického pole o magnetické indukci 15mT. Jak velká je síla působící na vodič? (15mN)
- 3.2 Vodič, kterým prochází proud 3A, je umístěn v homogenním magnetickém poli o magnetické indukci 10mT. Určete sílu působící na vodič, jestliže do magnetického pole zasahuje přímá část vodiče délky 0,1m, svírající se směrem magnetických indukčních čar úhel 45°. (2,1mN)
- 3.3 Elektron se pohybuje ve vakuu rychlostí o velikosti  $3 \cdot 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  v homogenním magnetickém poli o magnetické indukci 0,2T. Urči velikost síly, která na elektron působí, jestliže směr rychlosti elektronu je kolmý na směr indukčních čar. ( $9,6 \cdot 10^{-14} \text{ N}$ )
- 3.4 Proton urychlený potenciálním rozdílem 2400V vlétl do homogenního magnetického pole o magnetické indukci 0,33T ve směru kolmém k indukčním čarám. Určete poloměr trajektorie protonu ve tvaru kružnice. Jak se změní energie protonu při pohybu v magnetickém poli? ( $r = 22 \text{ mm}$ , energie protonu se nijak nezmění, poněvadž magnetická síla nekoná práci)
- 3.5 Elektron se začal pohybovat z klidu a po průchodu rozdílu potenciálů 220V vlétl kolmo k indukčním čarám do homogenního magnetického pole o magnetické indukci 2,5mT. V magnetickém poli se elektron pohyboval pro kružnicové trajektorii o poloměru 2cm. Určete hmotnost elektronu. ( $9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ )
- 3.6 Jaká je vzájemná vzdálenost dvou vodičů troleje, jestliže v okamžiku krátkého spojení jimi protékal proud 10 000 A a část vodiče o délce 7 m byla utržena silou 1 400N?(0,63m)



evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

- 3.7 V homogenním magnetickém poli o magnetické indukci  $0,25\text{T}$  se kolmo k indukčním čarám pohybuje rychlostí  $2\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$  přímý vodič délky  $1,2\text{m}$ . Určete velikost indukovaného napětí na koncích vodiče. ( $0,6\text{V}$ )
- 3.8 Každý z elektronů, nacházejících se v elektronovém paprsku v televizní trubici, má kinetickou energii  $48,0\text{keV}$ . Trubice je orientována tak, že se v ní elektrony pohybují vodorovně směrem od jižního geomagnetického pólu k severnímu. Vertikální složka zemského magnetického pole směřuje dolů a má velikost  $55,0\mu\text{T}$ .
- Kterým směrem se bude paprsek ohýbat? (*na východ*)
  - Jaké je zrychlení každého z elektronů způsobené tímto magnetickým polem? ( $1,256\cdot 10^{15}\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ )
  - O jakou vzdálenost  $d$  se paprsek odchýlí v příčném směru na konci trubice o délce  $20,0\text{cm}$ ? ( $1,49\text{mm}$ )
- 3.9 Kolik závitů má anténní cívka se vzduchovým jádrem o délce  $10\text{cm}$ , kterou protéká proud  $0,1\text{A}$ , je-li magnetická indukce  $2,0\text{mT}$ ? ( $1592$  závitů)
- 3.10 Do homogenního magnetického pole vletne elektron, proton a neutron stejnou rychlostí kolmo ke směru magnetické indukce. Jak se budou pohybovat? (směr pohybu neutronu se nezmění, protože na něj nepůsobí magnetická síla, elektron se odchýlí od původního směru na opačnou stranu než proton, zakřivení dráhy (odchylka od původního směru) elektronu bude větší než u protonu)

#### 4. Použitá literatura

- Lepil, O., & Šedivý, P. (2005). *Fyzika pro gymnázia – elektřina a magnetismus*. Praha: Prometheus, ISBN 80-7196-202-3
- Lepil, O., Bednařík, M., & Šíroká, M. (1995). *Fyzika – sbírka úloh pro střední školy*. Praha: Prometheus, ISBN 80-7196-048-9
- Halliday, D., Resnick, R., & Walker, J. (2003). *Fyzika – Elektřina a magnetismus, 3*. Brno: VUT, ISBN 80-214-1868-0

#### Obrázky

Obrázek 1: Geek3, CC-BY-SA,

[http://commons.wikimedia.org/wiki/File%3AVFpt\\_cylindrical\\_magnet\\_thumb.svg](http://commons.wikimedia.org/wiki/File%3AVFpt_cylindrical_magnet_thumb.svg), (10-11-2012)

Obrázek 2 – Geek3, CC-BY-SA,

[http://commons.wikimedia.org/wiki/File%3AVFpt\\_cylindrical\\_magnets\\_repelling.svg](http://commons.wikimedia.org/wiki/File%3AVFpt_cylindrical_magnets_repelling.svg), (10-11-2012)

Obrázek 3 - Alexander Wilmer Duff, Public domaine,

[http://commons.wikimedia.org/wiki/File%3AMagnetic\\_field\\_of\\_bar\\_magnets\\_repelling.png](http://commons.wikimedia.org/wiki/File%3AMagnetic_field_of_bar_magnets_repelling.png), retriever from Wikimedia Commons, (10-11-2012)

Obrázek 4 - Alexander Wilmer Duff, Public domaine,

[http://commons.wikimedia.org/wiki/File%3AMagnetic\\_field\\_of\\_bar\\_magnets\\_attracting.png](http://commons.wikimedia.org/wiki/File%3AMagnetic_field_of_bar_magnets_attracting.png), retriever from Wikimedia Commons, (10-11-2012)

Obrázek 5 – Jfmeleiro, CC-BY-SA, <http://commons.wikimedia.org/wiki/File%3AManoderecha.svg>, retriever from Wikimedia Commons, (10-11-2012)

Obrázek 6 – anonymous, Public domaine,

[http://commons.wikimedia.org/wiki/File%3APSM\\_V56\\_D0072\\_Magnetic\\_whirls\\_around\\_the\\_sending\\_wire.png](http://commons.wikimedia.org/wiki/File%3APSM_V56_D0072_Magnetic_whirls_around_the_sending_wire.png), retriever from Wikimédie Commons, (10-11-2012)

Obrázek 7 – Geek3, CC-BY-SA, [http://commons.wikimedia.org/wiki/File%3AVFpt\\_cylindrical\\_coil\\_real.svg](http://commons.wikimedia.org/wiki/File%3AVFpt_cylindrical_coil_real.svg), retrieved from Wikimedia Common, (10-11-2012)

Obrázek 8 – Janeček, J. (2012) (Vytvořen v programu Microsoft Office Word 2007)



## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Materiály jsou určeny pro bezplatné používání pro potřeby výuky a vzdělávání na všech typech škol a školských zařízení. Jakékoliv další využití podléhá autorskému zákonu. Dílo smí být dále šířeno pod licencí CC BY-SA ([www.creativecommons.cz](http://www.creativecommons.cz))