evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Digitální učební materiál

Číslo projektu	CZ.1.07/1.5.00/34.0802
Název projektu	Zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
Číslo a název šablony klíčové aktivity	III/2 – Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
Příjemce podpory	Gymnázium, Jevíčko, A. K. Vitáka 452

Název DUMu	**Struktura a vlastnosti plynných látek**
Název dokumentu	VY_32_INOVACE_16_16
Pořadí DUMu v sadě	16
Vedoucí skupiny/sady	**Mgr. Petr Mikulášek**
Datum vytvoření	10. 1. 2013
Jméno autora	Mgr. Jiří Janeček
e-mailový kontakt na autora	janecek@gymjev.cz
Ročník studia	**2.**
Předmět nebo tematická oblast	**Fyzika**
Výstižný popis způsobu využití materiálu ve výuce	**Shrnutí a procvičování učiva.** **Inovace: využití ICT, netradiční úlohy, mezipředmětové vztahy – matematika**

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

1. Základní pojmy

Ideální plyn (model) definujeme dle Bartušky (1993) třemi podmínkami:

1. rozměry jeho molekul jsou ve srovnání s jejich střední vzdáleností zanedbatelné,
2. mimo vzájemné srážky na sebe molekuly vzájemně nepůsobí,
3. vzájemné molekulové srážky, i jejich srážky s nádobou jsou dokonale pružné.

Předpokládáme-li uzavřený plyn s N molekulami o totožné hmotnosti m_0 . Statisticky popíšeme tyto molekuly **střední kvadratickou rychlostí** tak, že vyjádříme celkovou kinetickou energii plynu

$E_K = \frac{1}{2} N m_0 v_K^2$, kde v_K je střední kvadratická rychlost. (1)

Rozdělíme-li N molekul do intervalů podle jejich rychlosti tak, že ΔN_1 molekul má rychlost z intervalu $v_1 + \Delta v, \Delta N_2$ molekul má rychlost z intervalu $v_2 + \Delta v$ $až$ ΔN_i molekul má rychlost z intervalu $v_i + \Delta v$.

Z (1) je patrné, že druhá mocnina střední kvadratické rychlosti je rovna součtu druhých mocnin rychlostí všech molekul, dělený počtem molekul, tedy

$$v_K{}^2 = \frac{\Delta N_1 v_1{}^2 + \Delta N_2 v_2{}^2 + \dots + \Delta N_i v_i{}^2}{N} = \frac{\sum_i \Delta N_i v_i{}^2}{N} \qquad (2)$$

rychlost molekul se zvyšuje s rostoucí teplotou, tedy zvyšuje se i střední kinetická energie molekul ideálního plynu vyjádřená vztahem

$E_0 = \frac{1}{2} m_0 v_K^2 = \frac{3}{2} kT$, kde k je **Boltzmanova konstanta** (3)

$$k = 1{,}38 \cdot 10^{-23} J.K^{-1} \qquad (4)$$

a ze (3) potom lehce dostaneme vyjádření střední kvadratické rychlosti

$$v_K = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}. \qquad (5)$$

Molekuly plynu se pohybují nahodile a neuspořádaně, tedy počet dopadlých částic na stěny nádoby kolísá (**fluktuuje**) kolem střední hodnoty

$p = \frac{1}{3}\frac{N}{V} m_0 v_K{}^2$, přičemž $\frac{N}{V} = N_V$ je hustota molekul. (6)

Dosadíme-li do (6) rovnici (5) dostaneme **stavovou rovnici ideálního plynu**

$$p = \frac{1}{3}\frac{N}{V} m_0 v_K{}^2 = \frac{1}{3}\frac{N}{V} m_0 \frac{3kT}{m_0} = \frac{NkT}{V}$$

$pV = NkT$, užijeme-li definici látkového množství $n = \frac{N}{N_A}$ dostaneme

$$pV = nN_A kT = nRT = \frac{m}{M_m} RT \qquad (7)$$

Kde $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23} mol^{-1}$ je Avogadrova konstanta, $R = 8{,}31\ J.K^{-1} mol^{-1}$ je molární plynová konstanta a M_m molární hmotnost, pro stavové změny ideálního plynu stálé hmotnosti z uvedeného plyne

$$\frac{pV}{T} = const. \qquad (8)$$

První hlavní věta termodynamická – vyjádření obecného principu zachování energie – označíme-li dU změnu vnitřní energie, δA práci kterou soustava koná a δQ dodané teplo, lze vyjádřit, že ***teplo dodané soustavě je rovno zvýšení vnitřní energie a vykonané práci***, tedy

$$dU = \delta Q - \delta A \tag{9}$$

kde dU je úplný diferenciál, tzn. že $\int_A^C dU = U_C - U_A$ závisí jen na počátečním a koncovém stavu soustavy, naproti tomu neúplně diferenciály δQ a δA na integrační cestě závisí, lze je určit pomocí stavové rovnice, pokud tuto cestu určíme, dostaneme

$$\int_A^C dU = \int_A^C \delta Q - \int_A^C \delta A \tag{10}$$

Druhá hlavní věta termodynamiky – vyjadřuje, že při přeměně práce v teplo nebo opačně se žádná energie nezíská ani neztrácí – např. Clausius, 1850: ***„Teplo nemůže přejít samovolně s tělesa studenějšího na teplejší."***

Třetí hlavní věta termodynamiky – (věta Nernstova) říká, že klesá-li teplota kterékoliv jednoduché chemické látky k absolutní nule, blíží se i entropie neomezeně k nule, resp. dle Plancka ***„Není možno žádným konečným procesem ochladit pevnou čistou látku až na teplotu absolutní nuly."***

(Jednodušší) děje v plynech – z hlediska termodynamiky, 1 z veličin p, V, T zůstává konstantní.

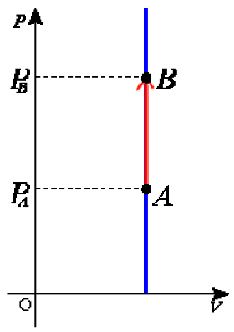
1) **Děj izochorický - $V = const.$**

   Je-li $V = const.$, potom $dV = 0$, tedy $\delta A = pdV = 0$ a tedy z (9) plyne

   $$\delta Q = dU = C_V dT$$

   je-li C_V nezávislé na teplotě, lze psát

   $$\Delta Q = \Delta U = \int_{T_2}^{T_1} C_V dT = C_V(T_2 - T_1)$$



   Obrázek 1 - Yuta Aoki, CC-BY-SA, (http://commons.wikimedia.org/wiki/File%3AIsochoric_process.png)

2) Děj izobarický - $p = const.$

Je-li $p = const.$, potom $dp = 0$, tedy z (7) plyne $pdV = RdT$ a dosadíme-li do (9) dostaneme

$$\delta Q = C_V dT + RdT = (C_V + R)dT = C_p dT$$

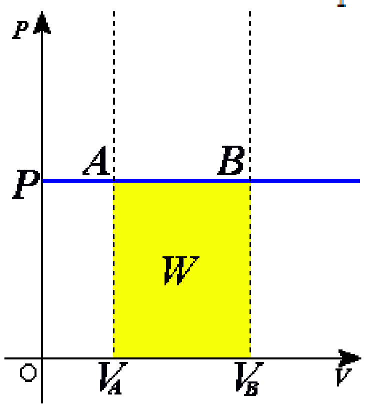
Integrací této rovnice dostaneme

$\Delta Q = C_p(T_2 - T_1), kde\ C_p = (C_V + R)\ \boldsymbol{Mayer\mathring{u}v\ vztah}$

Dodané teplo se spotřebuje z části na zvýšení vnitřní energie a z části na konání práce plynem (rozpíná se = koná práci), tedy

$$\Delta U = C_V(T_2 - T_1)$$

$$\Delta A = \int_{V_1}^{V_2} pdV = p(V_2 - V_1) = R(T_2 - T_1).$$



Obrázek 2 - Yuta Aoki, CC-BY-SA, (http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Isobaric_process.png)

3) Děj izotermický - $\boldsymbol{T = const.}$

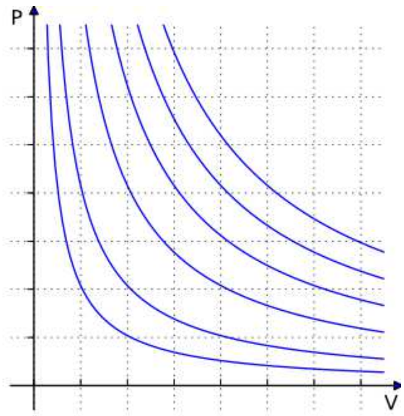
Je-li $T = const.$, potom $dT = 0$, tedy z (7), že všechno dodané teplo plynu se přemění ve vykonání práce $\delta Q = \delta A = pdV$,

$$\Delta A = \int_{V_1}^{V_2} pdV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{RT}{V} dV = RT\ ln\frac{V_2}{V_1}.$$

Jelikož platí

$\frac{V_2}{V_1} = \frac{p_1}{p_2}$, lze psát

$$\Delta Q = \Delta A = RT\ \ ln\frac{V_2}{V_1} = RT\ \ ln\frac{p_1}{p_2}.$$



Obrázek 3 - Krishnavedala, CC0,
(http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Ideal_gas_isotherms.svg)

4) **Děj adiabatický** – při tomto ději soustava teplo nepřijímá ani neodevzdává $\delta Q = 0$, nastane prakticky vždy, když expanze či komprese plynu proběhne dostatečně rychle tak, aby teplo nemělo čas přejít z plynu ven nebo na něj, tedy z (9)

$-dU = \delta A$ a

$C_V dT + pdV = 0$, diferencováním stavové rovnice dostaneme

$$pdV + Vdp = RdT$$

z těchto 2 rovnic můžeme psát

$$C_V \frac{pdV + Vdp}{R} + pdV = 0$$

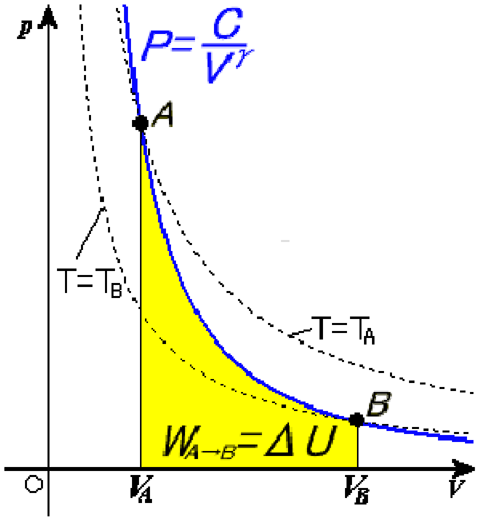
Použitím Mayerova vztahu a vynásobením rovnice R dostaneme

$$\frac{C_P}{C_V} pdV + Vdp = 0, kde\ \frac{C_P}{C_V} = \kappa\ je\ \boldsymbol{Poissonova\ konstanta}$$

Tedy integrací rovnice

$\kappa \frac{dV}{V} + \frac{dp}{p} = 0$ dostaneme

$$pV^{\kappa} = const.\ je\ \boldsymbol{Poissonova\ rovnice}$$



Obrázek 4 - Yuta Aoki, CC-BY-SA, (http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Adiabatic_process.png)

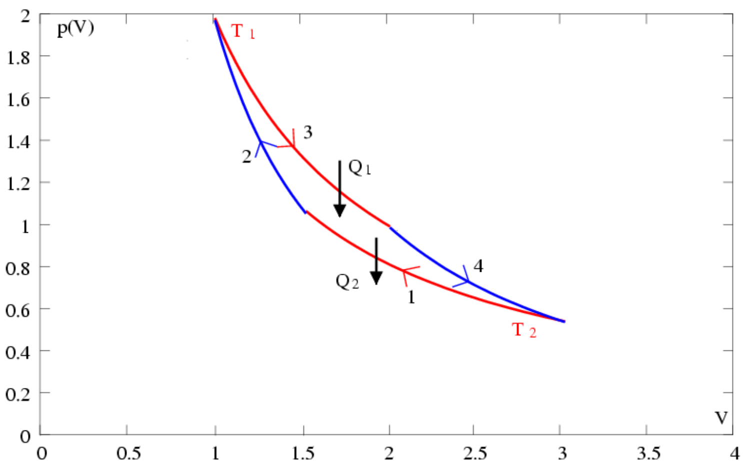
Kruhový děj (cyklický) – je proces, při kterém je konečný stav soustavy totožný se stavem počátečním. – grafem p(V) je uzavřená křivka. Celková práce W, kterou vykoná plyn během jednoho cyklu kruhového děje je rovna celkovému teplu, které přijme během tohoto cyklu od okolí, tedy

$$Q = Q_1 - Q_2 \tag{11}$$

účinnost tohoto děje je dána vztahem

$$\eta = \frac{W}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}. \tag{12}$$

Tato je vždy menší než 1.

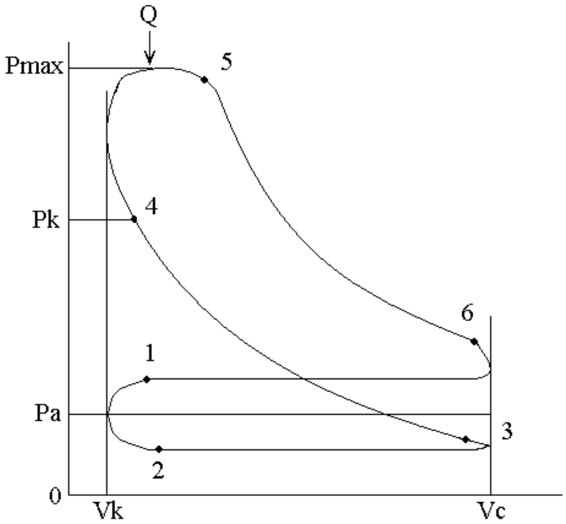


Obrázek 5 - WarX at pl.wikipedia, public domain, (http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Carnot_cycle-chart.png)

Tepelný motor (parní, spalovací). U spalovacích je pracovní látka plyn vzniklý hořením paliva. Účinnost tohoto motoru je tím vyšší, čím vyšší je teplota ohřívače a čím nižší je teplota chladiče a platí

$$\eta \leq \eta_{max} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}. \qquad (12)$$

Tato je vždy menší než 1.



Obrázek 6 – diagram čtyřtaktního dieselového motoru - MyName (Armchoir), public domain,
(http://commons.wikimedia.org/wiki/File:PV_diesel.gif)

2. Řešený příklad (Lepil, O., Bednařík, M., & Široká, M., 1995)

Jaká je teplota chladiče parního stroje, je-li při teplotě páry 300°C jeho účinnost 22%?

Pro maximální účinnost stroje platí (12), kde T_1 je termodynamická teplota ohřívače a T_2 je termodynamická teplota chladiče. Tedy úpravou dostaneme T_2 termodynamickou teplotu chladiče

$$T_2 = T_1(1 - \eta) = 445K = 174°C$$

Tedy teplota chladiče je přibližně 174°C.

3. Příklady k řešení (Lepil, O., Bednařík, M., & Široká, M., 1995)

3.1 Při jaké teplotě je střední kvadratická rychlost molekul právě poloviční vzhledem k rychlosti při teplotě 39°C? *(-195°C)*

3.2 Při jaké teplotě je střední kvadratická rychlost molekul vodíku H_2 rovna střední kvadratické rychlosti molekul dusíku N_2 o teplotě 35°C? *(-251°C)*

3.3 Ideální plyn má při teplotě 27°C tlak 1,2Pa, Kolik molekul je v 1l tohoto plynu? *($2{,}9.10^{17}$)*

3.4 Jaký tlak je při teplotě 27°C v kulové baňce o objemu 200cm^3, jestliže se v ní pohybuje tolik molekul kyslíku, že by pokryly monomolekulární vrstvou vnitřní plochu baňky? Každá molekula kyslíku zaujímá na vnitřním povrchu baňky plochu o obsahu 9.10^{-16}cm^2. *(3,8Pa)*

3.5 Stlačený plyn v tlakové láhvi má při teplotě 20°C tlak 6,0MPa. Jaký bude mít tlak, sníží-li se teplota na -43°C? (zanedbáme změnu objemu láhve při zchlazení). *(4,7MPa)*

3.6 V kopacím míči je při teplotě 15°C tlak 60kPa. Na jakou hodnotu se tlak změní, ohřeje-li se při hře míč na teplotu 30°C, neuvažujeme-li změnu objemu samotného míče? *(63kPa)*

3.7 Vypočtěte hustotu vodíku při tlaku 10MPa a teplotě 27°C. *(8kg.m^{-3})*

3.8 V nádobě o objemu 4l je směs 2g kyslíku O_2 a 4g dusíku N_2 . Určete tlak této směsi při teplotě 27°C. *(1,28.10^{5}Pa)*

3.9 Carnotův tepelný stroj má teplotu ohřívače 147°C a při každém cyklu nabere teplo 30kJ a odevzdá chladiči teplo 20kJ. Určete teplotu chladiče. *(7°C)*

3.10 Plyn v tepelném stroji přijal během 1 cyklu od ohřívače teplo 6,0MJ a odevzdal chladiči teplo 5,0MJ. Jakou při tom vykonal práci a jaká je účinnost stroje? *(1MJ, 16,7%)*

4. Použitá literatura

Bartuška, Karel, 1993. *Fyzika pro gymnázia – molekulová fyzika a termika.* Praha: Galaxie, ISBN80-85204-22-3

Hlavička, Alois et al., 1978. *Fyzika pro pedagogické fakulty I. Díl.* Praha: SPN

Lepil, O., Bednařík, M., & Široká, M. (1995). *Fyzika – sbírka úloh pro střední školy*. Praha: Prometheus, ISBN 80-7196-048-9

Obrázky

Obrázek 1 - Yuta Aoki, CC-BY-SA, http://commons.wikimedia.org/wiki/File%3AIsochoric_process.png, retrieved from Wikimedia Common, (09-12-2012)

Obrázek 2 - Yuta Aoki, CC-BY-SA, http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Isobaric_process.png, retrieved from Wikimedia Common, (09-12-2012)

Obrázek 3 - Krishnavedala, CC0, http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Ideal_gas_isotherms.svg, retrieved from Wikimedia Common, (09-12-2012)

Obrázek 4 - Yuta Aoki, CC-BY-SA, http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Adiabatic_process.png, retrieved from Wikimedia Common, (09-12-2012)

Obrázek 5 - WarX at pl.wikipedia, public domain, http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Carnot_cycle-chart.png, retrieved from Wikimedia Common, (09-12-2012)

Obrázek 6 – MyName (Armchoir), public domain, http://commons.wikimedia.org/wiki/File:PV_diesel.gif, retrieved from Wikimedia Common, (09-12-2012)